

EDUCACIÓN en FÍSICA

ISSN: 0797-9045

Revista de la Asociación de Profesores de Física del Uruguay



Volumen 6 Número 8

Setiembre, 2004

Asociación de
Profesores
de Física



del Uruguay

EDUCACIÓN EN FÍSICA

Volumen 6 N° 8

Setiembre 2004

Depósito Legal:

299222/04

Redactor Responsable:

Sandry Ramírez

Consejo de Redacción:

Mario Guerra

Carlos Zamalvide

Alejandro Villamil

Pablo García

Colaboraron en este número:

Adriana Echarte

Alejandra Delgado

Fernando Moreno

Educación en Física es una revista de la Asociación de Profesores de Física del Uruguay, que se distribuye gratuitamente entre sus socios. Precio: U\$S 5

Comisión Directiva de A.P.F.U

Pablo García

Alejandro Villamil

Claudia Varaksa

Alejandra Delgado

Fernando Brito

Dirección de la Revista

Gaboto 1435 / Of. 002

Montevideo cp 11200

Telefax: 598 2 400 1258

E-mail: rev_apfu@i.com.uy

apfu@adinet.com.uy

Publica: Ediciones IDEAS

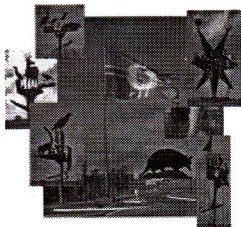
Mercedes 1786

11200 Montevideo-Uruguay

Telefax: 408 6985

E-mail: edideas@adinet.com.uy

MEC-Ed. amparada por Decreto 218/996



Portada: composición con imágenes del Zoológico del Futuro, Gruta del Palacio y Bandera conmemorativa 200 años de la ciudad.

EDITORIAL

Estimados colegas, lectores y amigos, como es ya costumbre, podemos decir: no nos rendimos, aquí estamos. Nuevamente cumpliendo con la publicación que lleva adelante nuestra Asociación con el esfuerzo y aporte de muchos.

Esta vez hemos podido cumplir con algunos de los cambios que nos han propuesto desde hace un tiempo, conformando un Equipo de Redacción comprometido con la enseñanza de la Física y los cometidos que entre todos nos hemos propuesto llevar adelante desde la A.P.F.U. Nos llena de satisfacción y alegría el contar en forma permanente con un equipo que trabaja con una sinergia, camaradería y compromiso tan significativos.

Nunca dejaremos de expresar nuestro sincero e infinito agradecimiento hacia aquellos compañeros/as que nunca fallan y hacia nuestros "anónimos" colaboradores, sin los cuales no sería posible sostener el ritmo que se debe tener cuando "hay que salir" y los tiempos son escasos. A ellos les pedimos: sigan así, sin uds. sería imposible.

Cuando se nos pregunta: "¿Cuándo sale la revista?"; nos damos cuenta que realmente hace falta este medio de comunicación; y se vuelve compromiso el deseo de mejorar, evolucionar, no dejar de caminar. Esperamos cumplir con algunas de vuestras aspiraciones.

"Denle vida" a la Física y sus conceptos, envíen sus trabajos, sugerencias, aspiraciones. Hasta la próxima y que la Física los acompañe

Prof. S. Ramírez
Redactor Responsable

CON RELACIÓN A LA PRESENTE EDICIÓN

En la presente, como en anteriores ediciones, se incluyen materiales y complementos referentes a trabajos presentados en anteriores encuentros de A.P.F.U., haciendo caso a pedidos que nos llegan tanto de colegas y asistentes como de lectores de tierras lejanas y vecinas.

Se destaca la extensión de algunos de ellos y la invitación a la polémica, opinión y aportes de otros. Hecho que pretendemos se produzca, porque somos, personalmente, fieles creyentes que en la libre y responsable confrontación, complementación y divergencia de ideas, reside la esencia del verdadero espíritu docente que complementado con las experiencias propias y comunes nos hace evolucionar como tales.

Respecto a la multiplicidad de lenguajes en la presente publicación, creemos que enriquece no sólo a nivel cultural sino a nivel específico, referido esto a la gran cantidad de importantísimo material que aparece día a día en la web (referencias publicadas en la sección homónima) en los idiomas que aparecen en la presente.

Como siempre los invitamos y animamos a enviar trabajos. Hasta la próxima.

CÓMO ENVIAR SUS TRABAJOS

Pueden ser enviados para su publicación, contribuciones de diversos tipos: trabajos prácticos, teóricos, divulgación, tesis de doctorado, notas, comentarios de libros, sugerencias "web", software, consejos prácticos y todo artículo, original o no, que nuestros lectores crean conveniente.

- 1.- Los trabajos deben enviarse por duplicado, archivos de computadora e impresos. En ambas debe figurar el nombre de él o los autores, dirección, lugar de trabajo, un breve currículum y de ser posible, un resumen temático.
- 2.- Las citas bibliográficas se relacionarán al final del trabajo por orden alfabético, indicando:
 - a) Para artículos de revista: apellido del autor(es), año, título del artículo encomillado, título completo de la revista, volumen, número y páginas.
 - b) Para libros: apellido del autor(es), año, título del libro subrayado, editorial, lugar, número de páginas y número de edición, en caso de que el libro sea traducción, indicar entre paréntesis autor de la traducción, nombre original de la obra subrayado, edi-

torial y año; dentro del texto las referencias se indicarán dando apellido(s) y año entre paréntesis.

- 3.- Los archivos pueden ser enviados por correo electrónico a la dirección de la revista o a la de la Asociación; enviando el texto con los objetos incrustados y los objetos por separado, mapa de bits (8 bits) o 256 tonos de gris, en lo posible se respetarán los formatos originales, pudiendo variar a criterio editorial y en función de necesidades de compaginación, los tamaños de las ilustraciones.
- 4.- Para simplificar el proceso de armado, sería conveniente que los trabajos llegaran por la vía mencionada en 3.-, enviados por correo común o alcanzados a la Revista acompañados del archivo informático correspondiente, debidamente etiquetado.

Esperamos sus trabajos, consejos, críticas y sugerencias en:

La dirección de A.P.F.U.
apfu@adinet.com.uy

La dirección de la revista
rev_apfu@i.com.uy

Experimentos y Modelos en Física: algunos ejemplos

Dr. Mayo Villagrán Muniz
Laboratorio de Fotofísica - CCADET-UNAM

Introducción

En el XIII Encuentro Nacional de Profesores de Física presenté una conferencia sobre las aplicaciones de láseres pulsados en la simulación de relámpagos, explosiones y jets astrofísicos. Una revisión de estos resultados ha sido recientemente publicada¹. Si bien estos trabajos son de investigación básica, quizás muy alejado de la enseñanza de la física a nivel medio superior, quiero aquí exponer una idea que puede ser de interés tanto para los profesores como para los estudiantes y es que la teoría y el experimento son igualmente importantes.

Generalmente las teorías y los modelos que hacemos de fenómenos naturales, no nos gustan porque están basadas en principios y conceptos que en la mayoría de las veces, no tenemos o se nos olvidaron. Para peor, el lenguaje que usamos es la matemática y eso complica aún más las cosas.

Los experimentos también son peliagudos, porque quizás no tenemos el equipamiento, hay que medir y finalmente los resultados, debemos de asociarlos a una teoría. En el caso de que no la hubiere, debemos entonces hacerla, lo que aún es más complicado.

Estos "difíciles" procedimientos que se dan en la investigación básica, son los mismos que usamos para enseñar por ejemplo, la física clásica. Explicamos las teorías y hacemos experimentos que se ajustan a ella o viceversa, pero ¿cuál es el peso que debemos de dar a cada parte?

En lo que sigue, trataré de explicar en términos generales y sin entrar en detalles, las motivaciones de los trabajos que realizamos y los resultados que obtuvimos¹. Como se

podrá ver, el procedimiento es el mismo de siempre, tenemos modelos y hacemos experimentos para validarlos (o viceversa). La importancia de los modelos y la de los experimentos es la misma y uniendo ambas experiencias el avance es mayor.

Plasmas Inducidos por Láser

El plasma es un estado de la materia, más del 90% del Universo es plasma, los sólidos, los líquidos y los gases son de hecho una singularidad. El Sol es un plasma, los tubos fluorescentes de iluminación también y si buscamos aquí en la Tierra, veremos que hay más plasmas de lo que pensamos.

Cuando la materia (que puede ser sólida líquida o gaseosa) es suficientemente excitada, algunos átomos se ionizan y esto es ya un plasma. El más simple que podemos hacer, es excitar el aire que nos rodea, por ejemplo, mediante una descarga eléctrica. Otra forma es usar luz, energía que puede ser enfocada mediante una lente. Con una lupa podemos encender el fuego concentrando la luz del Sol. Si usamos láseres, que son amplificadores de luz, podremos lograr la excitación de los átomos y moléculas que componen el aire y formar un plasma. Si la excitación es mediante un pulso de luz, provocaremos una explosión que tiene una onda de choque asociada, provocada porque la velocidad de las partículas es mayor que la velocidad del sonido en el medio.

¹ M. Villagrán-Muniz, H. Sobral, R. Navarro-González, P. F. Velázquez and A. C. Raga, 2003, "Experimental Simulation of Lightning, Interacting Explosions and Astrophysical Jets with Pulsed Lasers", *Plasma Physics and Controlled Fusion*, Vol. 45, pp. 571-584.

Además, el gas se calienta y se expande en forma adiabática, enfriándose al aumentar su volumen.

Relámpagos

Los relámpagos son descargas eléctricas muy intensas, son lindos de ver (siempre y cuando caigan lejos) pero algo quizás poco conocido, es que es la mayor fuente natural de óxidos nitrosos. Estos son contaminantes de la atmósfera que si bien actualmente, la producción por relámpagos es mucho menor que la que produce la quema de combustibles (una quita parte), si por otro lado es cierto esto del calentamiento global, por cada grado que aumente la temperatura de la atmósfera, la producción de relámpagos puede incrementarse en varios órdenes de magnitud y por lo tanto, la producción de óxidos.

Es difícil hacer experimentos en el laboratorio para estudiar los relámpagos, se necesitan descargas de muy alto voltaje y además, los electrodos de la descarga deben de estar muy alejados, para no contaminar la química que se quiere estudiar.

Con respecto a los modelos, hay dos: uno que dice que los óxidos se producen en el canal de descarga y otro en la onda de choque que esta genera. Nuestros experimentos y modelos, permitieron demostrar que casi toda la producción de óxidos nitrosos se da en el canal de descarga. Para ello, simplemente "simulamos" el relámpago natural con un plasma inducido mediante un pulso láser. Si

calculamos la cantidad de energía que hay en el volumen del foco de la lente que concentra el láser, es la misma que hay en ese mismo volumen en un relámpago. La ventaja es que no usamos electrodos y los experimentos se pueden hacer sobre una mesa, donde mediante otros experimentos, podemos diagnosticar temporal y espacialmente lo que sucede.

Cuando vemos un relámpago, pueden estar ocurriendo varios, por el mismo canal de descarga, separados un corto tiempo, que nuestro ojo no alcanza a resolver y por eso vemos solo uno. Típicamente las descargas sucesivas tienen la mitad de la energía que la anterior, pero se dan en un medio enrarecido por la descarga precedente. Nos preguntamos ¿cuál será la influencia del segundo relámpago en la producción de óxidos nitrosos? Para responderla, producimos dos plasmas inducidos por pulsos láser con retrasos entre ellos, los diagnosticamos física y químicamente y llegamos a la conclusión de que el segundo relámpago prácticamente no influye ($<10\%$) en la producción de óxidos nitrosos².

Por otro lado, los relámpagos fueron muy importantes en el origen de la vida en la Tierra primitiva, sobre todo los relámpagos que se dan en los volcanes. Si es complicado estudiar un relámpago natural, más aún lo es uno en un volcán en erupción. Sin embargo, con los plasmas inducidos por láser esto se puede hacer, en vez de enfocar el pulso del láser en el aire, ahora se enfoca sobre una piedra volcánica. En relación con la producción de óxidos nitrosos, encontramos que no hay una diferencia significativa con respecto a los relámpagos de tormenta³.

Explosiones

Un plasma inducido por un pulso láser provoca una explosión, la ventaja de estudiar explosiones mediante este método, radica en que el inicio de la misma puede ser

² H. Sobral, M. Villagrán-Muniz, R. Navarro-González, E. Camps, 2002, "Experimental simulation of a doubled return-stroke lightning flash by laser", *Geophysical Research Letters*, vol 29, No. 23, pp. 2086-2089.

³ H. Sobral, R. Sanginés de Castro, M. Villagrán Muniz, R. Navarro González, 2004, "Time Resolved Study of Simulated Volcanic Lightning by Laser Ablation of Basalt in Air", *Geophysical Research Letters*, Vol. 31, L07101, doi:10.1029/2003GL019217.

perfectamente controlada y además, se pueden usar las técnicas de diagnóstico que aplicamos para estudiar la simulación de relámpagos.

Desarrollamos modelos matemáticos que nos predicen espacial y temporalmente el comportamiento de la onda de choque y el gas caliente que se expande. Los astrofísicos hacen modelos de explosiones de estrellas, pero no los pueden validar porque los tiempos y las dimensiones están fuera de nuestra escala humana. Por ejemplo, el remanente de la explosión de una supernova puede viajar durante miles de años, interactuando con otros objetos o con otra explosión de otra estrella. Estudiamos este último caso con dos plasmas inducidos mediante pulsos láser, la diferencia con el caso de los dos relámpagos es que ahora las explosiones no se hacen superpuestas. El acuerdo entre los resultados de los experimentos y las predicciones de los modelos y es muy bueno y esto hace entonces que podamos confiar en ellos.

Por otro lado y aterrizando estos resultados, tanto los modelos como los experimentos podrían ser importante para el estudio de la seguridad en explosiones, de bombas, almacenaje de combustible o gas envasado.

Jets

Nuestro Sol, cuando se formó expulsó materia en forma de jet y hay varios actuales que se pueden observar mediante radiotelescopios. Nuevamente, los astrofísicos hacen modelos de la evolución de estos fenómenos pero hay pocos experimentos que puedan corroborarlos. En este caso, para simular un jet en el laboratorio, produjimos un plasma inducido por pulsos

láser dentro de una esfera de vidrio transparente de 1 cm de diámetro que tiene una abertura, como las esferas de Navidad. Primero salen varias ondas de choque, en principio hay una sola, pero como está encerrada por la esfera, se refleja y finalmente salen por la abertura. Un tiempo después, el gas inicialmente calentado también sale por la abertura en forma de jet, con vórtices que también predice el modelo.

Conclusiones

Mediante plasmas inducidos por pulsos láser, hemos podido simular relámpagos naturales, interacción de ondas de choque de supernovas y jets astrofísicos, entendiendo la física y la química de los procesos involucrados. Las aplicaciones de estos estudios pueden ser importantes para el entendimiento de la contaminación atmosférica, el origen de la vida y la seguridad en explosiones.

Si bien estos trabajos son de investigación básica, es claro que los procedimientos para avanzar, son siempre los mismos. Tenemos experimentos o fenómenos naturales que queremos entender y modelos que lo explican. Para saber si la teoría es correcta, debe de ser necesariamente validada por los experimentos, cuando esto ocurre, tenemos certeza de las predicciones que ella pueda hacer.

La importancia de los modelos y de los experimentos es la misma, cuando los investigadores nos enfrentamos a un problema desconocido, estamos igual que los estudiantes frente a un nuevo tema. Normalmente en la enseñanza se le da más peso a la teoría, pero creo que la aplicación de esta a experimentos didácticos es fundamental para afianzar los conceptos y para hacer más divertido el curso.

Experimental simulation of lightning, interacting explosions and astrophysical jets with pulsed lasers

*M. Villagrán-Muniz¹, H. Sobral¹, R. Navarro-González²,
P. F. Velázquez² and A. C. Raga²*

Publicación original: INSTITUTE OF PHYSICS PUBLISHING

Tabletop laboratory experiments have been used to simulate natural lightning, interacting explosions and astrophysical jets. When a high-energy laser pulse is focused in air, a laser-induced plasma (LIP) is produced, that generates a shock wave and an adiabatic expansion of the gas. In our work we have used LIPs in order to simulate lightning, for the study of chemical reactions relevant to atmospheric science.

Several diagnostics have been applied to our LIPs, such as deflectometry, shadowgraphy and interferometry, which yield full spatial information of the process (electron density and temperature, the position of the shock wave fronts and the expansion of the hot gas), with a time resolution that ranges from nanoseconds to milliseconds. A new diagnostic alternative was implemented for shadowgraphy, which uses either continuous lasers or conventional light sources. The experimental results have been reproduced by hydrodynamic codes that we have developed.

With astrophysical applications in mind, we have simulated and diagnosed the interaction of two explosions, with the aforementioned techniques. For this purpose, two LIPs are synchronized and diagnosed spatially and temporarily. Also, by producing the LIP in a glass sphere with a nozzle that ejects a shock wave and hot gas, we are able to simulate astrophysical jets. With such experiments, astrophysical models developed by us have been validated, showing excellent agreement between experiments and numerical simulations.

1. Introduction

High-energy pulsed lasers have been available from the 1970s and have been used in many applications [1]. Laser-induced plasma (LIP) has been extensively studied since the advent of Q-switched lasers. Breakdown is produced when a high-energy pulse is focused with a lens on a solid or liquid sample or in gases. In air, the

electric breakdown occurs when the electric field at the focus exceeds the dielectric strength of air and not because of selective absorption of laser radiation by an atom or molecule [2]. At atmospheric pressure, an ionization cascade develops when a few seed electrons absorb energy from the beam by inverse brehmsstrahlung. The plasma grows towards the focusing lens; this asymmetric development has been explained by four different mechanisms [3, 4]:

(a) When the laser energy flux exceeds the breakdown threshold, breakdown begins at the region near the focus where the ionization energy of the gas is reached at the arrival of the first photons of the temporal beam profile. As the following photons arrive, the breakdown threshold occurs at several points of the focusing column before this region, but with a time lag with respect to the narrowest point. The lag is greater as the

¹ Laboratorio de Fotofísica, Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico, Universidad Nacional Autónoma de México, Apartado Postal 70-186, México DF 04510, México

² Instituto de Ciencias Nucleares, Universidad Nacional Autónoma de México, Apartado Postal 70-543, México DF 04510, México

E-mail: mayo@aleph.cinstrum.unam.mx,
martins@aleph.cinstrum.unam.mx,
navarro@nuclecu.unam.mx,
pablo@nuclecu.unam.mx
raga@astroscu.unam.mx

column cross-section increases; thus, a breakdown wave propagates towards the focusing lens.

- (b) The heated gas in the absorbing layer expands and sends out a shock wave in all directions. Across the shock wave, the gas is heated and ionized, so that the zone of light absorption and energy release in the gas is displaced behind the shock front in the upstream direction.
- (c) The gas ahead of the absorbing layer is ionized and becomes capable of light absorption by absorbing the thermal radiation that is emitted from the highly heated region of the gas behind the absorption wave front.
- (d) A self-focusing effect occurs with short pulses and high-energy-density lasers, resulting in a non-uniform heating mechanism and development of high-density plasma filaments that grow towards the laser during the pulse [5, 6].

The relative importance of these mechanisms depends on several factors such as pulse width, energy density, laser wavelength, focal waist, chemical nature of irradiated material and gas density.

Most studies have centred on plasmas formed with inert gases since these systems are simpler to analyse and to understand. More complex chemical systems such as air have been studied for the production of pulsed bright and broadband ultraviolet-visible-light sources [7], detection of air pollutants by laser-induced breakdown spectroscopy [2] and laboratory simulation of lightning without electrode contamination [8].

The main properties of such plasmas [3] for a nanosecond pulse laser range are temperatures of 10^4 – 10^5 K and electron densities of 10^{15} – 10^{19} cm $^{-3}$. The evolution of these plasmas has been mainly

studied at the earliest times since the non-linear physics occurring at this stage is very interesting and spectroscopic techniques used for its monitoring are restricted to the duration of the plasma emission itself [9]. The full thermal evolution of the gas from the plasma state to the relaxation of the hot air was recently studied by deflectometry [10], shadowgraphy and interferometry [11].

In this paper we first report the diagnostic techniques based on the changes of refractive index to characterize LIPs, the modelling of this process and applications to lightning and astrophysical objects.

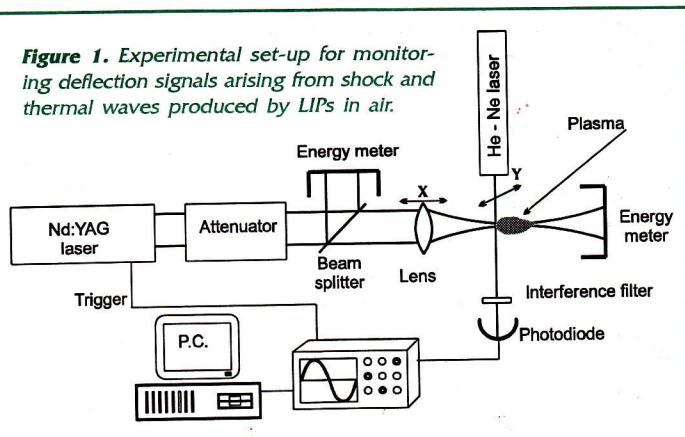
2. Diagnostic techniques

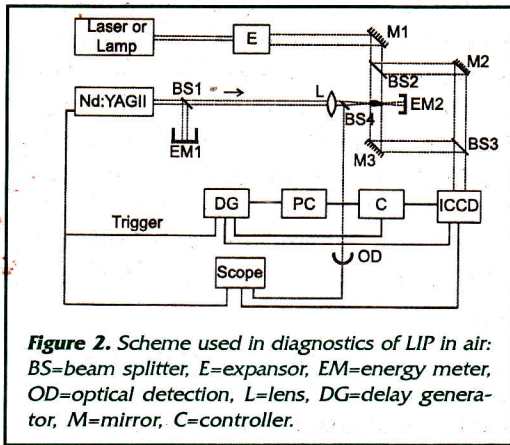
LIPs produce a change in the refractive index that can be measured by several methods. There are two different ways to detect this variation: beam-deflection angle measurements (photoacoustic probe beam deflection, schlieren, shadowgraphy [12] or phase-measurements (i.e. interferometry [13] and holography [14])).

2.1. Beam deflection

The photoacoustic probe beam deflection method is the technique that is the most versatile, economic and simple to implement, giving essential information from processes that occur from microsecond to millisecond timescales. This method is based on the deflection of a continuous probe laser beam as

Figure 1. Experimental set-up for monitoring deflection signals arising from shock and thermal waves produced by LIPs in air.





a result of the temporal change of the refractive index of air when it is instantaneously heated by a high power laser pulse. This technique has been previously used to measure shock wave velocities from an electric arc in air [9]. It has the advantage of not only being able to record wave velocities but also to determine their geometry.

A schematic diagram of the experimental set-up is shown in figure 1 (for details see [10]). The plasma was produced by focusing, in air, a $1.06\mu\text{m}$ beam with a pulse width of 7 ns from a high power Nd :YAG laser operating at 10 Hz using a short focal lens. The plasma was formed at the Mexico City atmospheric pressure, 770 mbar at room temperature.

First, the probe beam is deflected when the shock wave passes through the beam in the microsecond timescale and later by the expansion of hot air. This deflection signal can be monitored by an oscilloscope. Moving the probe beam around the lens focal point allows a determination of the shape of the perturbations (see figure 5).

2.2. Shadowgraphy and interferometry

The shadowgraphy technique consists of passing a synchronized pulsed beam through the test section and letting it fall directly, or via an imaging lens, onto a recording device such as a photographic plate or a CCD matrix [11].

If density gradients perpendicular to the light beam are present, the beam is deflected and the gradients can be revealed by the schlieren method. The difference between schlieren and shadowgraphy methods is generally that the schlieren technique is sensitive to the first (spatial) derivative of the refractive index while shadowgraphy depends on the second derivative.

If the LIP is placed in one arm of an interferometer, the phase variations allow a measurement of the electron density and gas temperature.

With the advent of fast ICCDs it is possible to use a cw laser as a probe beam instead of a pulsed laser, and the time resolution is obtained by gating the CCD. This configuration has the advantage that the temporal resolution of both techniques (shadowgraphy and interferometry) can be changed according to the time variation of the plasma and the subsequent hot gas evolution [15].

A scheme of this configuration is shown in figure 2. A high power pulsed laser is used for LIP production as described above. An expanded cw laser or an incoherent source could be used for shadowgrams recorded with a synchronized ICCD, allowing exposure times as low as 2 ns.

Shadowgrams of the temporal evolution of the plasma, shock wave and hot core air can be used to determine their volume and expansion velocities. Figure 3 shows a sequence of four shadowgrams obtained by a cw laser and by a white, collimated lamp, showing almost the same shape. The plasma presents a conical symmetry due to the lens that concentrates the light. This was also confirmed by recording shadowgrams illuminating the discharge both from the top and the side.

Illuminating the LIP placed in one arm of a Mach-Zehnder interferometer with a cw laser, from interferograms (see inset of figure 4) it is possible to obtain the evolution of the electron density.

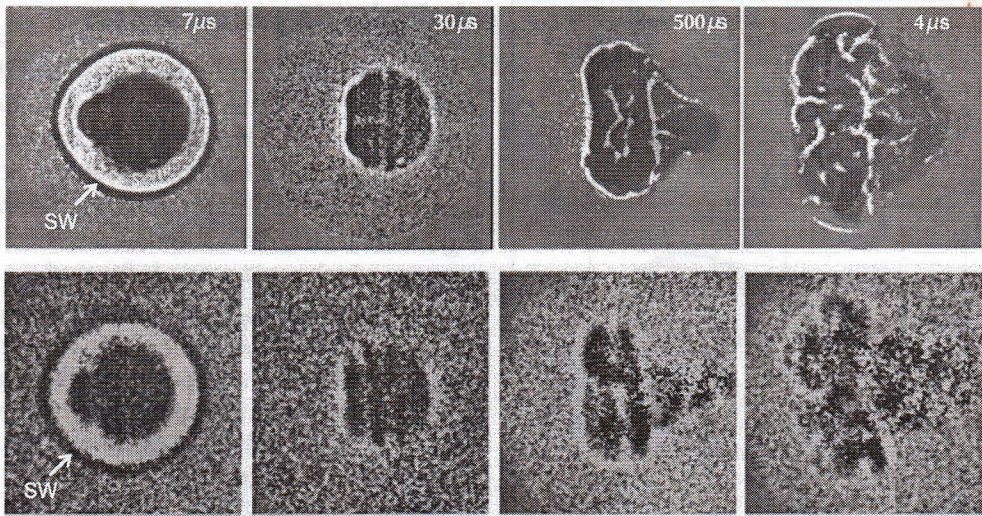


Figure 3. Comparison of shadowgrams of LIP evolution in air produced by a 300 mJ laser pulse, obtained by a cw laser (top) and by a non-coherent collimated light source (bottom). The beam producing LIP is incident from the right: SW= shock wave. Each graph has a horizontal spatial extent of 2.7 cm.

At the initial stage, our plasma is not completely ionized [2, 3], and consequently two-colour interferometry must be used to determine the electron density according to [16]

$$n_e = \frac{\theta_r \lambda_r - \theta_g \lambda_g}{(\lambda_g^2 - \lambda_r^2) r_e L}$$

where ϕ_i is the phase shift corresponding to the λ_i wavelength, $r_e = 2.82 \cdot 10^{-13}$ cm is the classical radius of the electron and L the ray path length inside the plasma. These measurements were made at times greater than 1–3 μ s, when the pressure has reached atmospheric equilibrium [2, 11, 17] (see figure 4).

3. The yguazú-a code

The yguazú-a code is a new program that integrates the gasdynamic equations, together with a system of rate equations for chemical/atomic/ionic/molecular species, in either two or three dimensions. This code integrates the gasdynamic equations with an 'upstream method', and simultaneously integrates a chemical reaction network with an unconditionally stable method. The most interesting feature of this

code is its adaptive grid. The gasdynamic and rate equations are integrated on an adaptive, binary, hierarchical computational grid. A more detailed description of this code can be found in [10].

In order to test this new code, numerical results were compared with a LIP laboratory experiment. In this way, an approximately conical region is heated to 25 000 K, partially ionizing the air within this cone. The surrounding medium has a temperature of 300K while the density in all of the

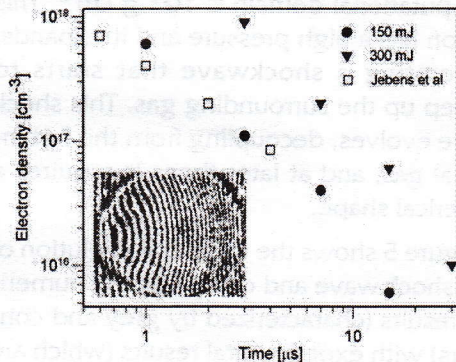


Figure 4. Temporal evolution of the electron density for 150 and 300 mJ laser energies, compared with the spectroscopic measurements of Jebens et al [8]. The inner graph shows an interferogram obtained at 5 μ s with a 633 nm laser for 300 mJ.

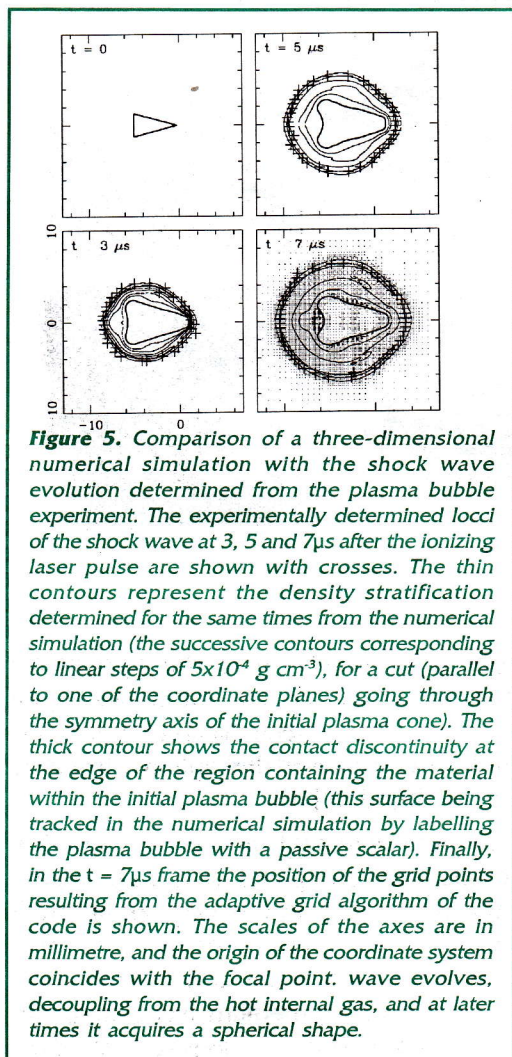


Figure 5. Comparison of a three-dimensional numerical simulation with the shock wave evolution determined from the plasma bubble experiment. The experimentally determined loci of the shock wave at 3, 5 and 7 μs after the ionizing laser pulse are shown with crosses. The thin contours represent the density stratification determined for the same times from the numerical simulation (the successive contours corresponding to linear steps of $5 \times 10^{-4} \text{ g cm}^{-3}$), for a cut (parallel to one of the coordinate planes) going through the symmetry axis of the initial plasma cone). The thick contour shows the contact discontinuity at the edge of the region containing the material within the initial plasma bubble (this surface being tracked in the numerical simulation by labelling the plasma bubble with a passive scalar). Finally, in the $t = 7 \mu\text{s}$ frame the position of the grid points resulting from the adaptive grid algorithm of the code is shown. The scales of the axes are in millimetre, and the origin of the coordinate system coincides with the focal point. wave evolves, decoupling from the hot internal gas, and at later times it acquires a spherical shape.

computational domain is $10^{-3} \text{ g cm}^{-3}$. This region has a high pressure and it expands, generating a shockwave that starts to sweep up the surrounding gas. This shock wave evolves, decoupling from the hot internal gas, and at later times it acquires a spherical shape.

Figure 5 shows the temporal evolution of the shock wave and compares the numerical results (characterized by grey and contours) with experimental results (which are indicated by crosses). From this figure it is seen that the yguazú-a code reproduced well the laboratory results, showing that this adaptive grid code produces reliable results.

4. Lightning simulation

One application of LIPs is the study of the pollution in the present day atmosphere, since lightning is a major natural source of nitrogen oxides (NOx) [18]. Therefore, there is considerable interest in better understanding its chemistry, in particular the mechanism by which nitric oxide is formed.

In thunderstorm lightning, the most common form of neutralization between the cloud and the ground is produced by negative cloud-to-ground lightning which accounts for about 90% of all cloud-to-ground discharges produced worldwide [19]. A negative cloud to ground flash is made of various discharge components: a stepped leader, various return strokes, K and J processes and a dart leader. The most energetic of these is the return-stroke that lasts about a millisecond. The general view is that the return-stroke is responsible for the formation of the NOx by lightning [18].

At the present time there are two different views to explain the origin of NOx: the shock wave and hot channel models. The first model of NO production by lightning, referred to as the shock heating model, was first proposed by Tuck [20]. More recently, the shock heating model has been used by Gostintsev and Gamera [21]. A second model, referred to as the hot channel model, was later proposed by Hill *et al* [22]. This model relies instead on information gained from numerical computations of air heated by the lightning return-stroke current pulse, in which heat transport by radiation and molecular diffusion is included. Because of the long duration of the discharge, it is expected that the resulting shock wave never travels sufficiently fast for the gas just behind the front to get hot enough for nitrogen fixation. Most of the energy is deposited in the hot channel where the air temperature is instantly raised to values as high as 30 000 K.

Lightning simulation by LIPs has been shown to be a good analogue of natural lightning on the basis of its temperature

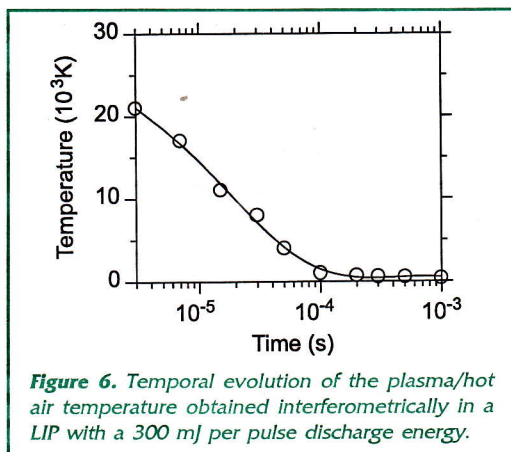


Figure 6. Temporal evolution of the plasma/hot air temperature obtained interferometrically in a LIP with a 300 mJ per pulse discharge energy.

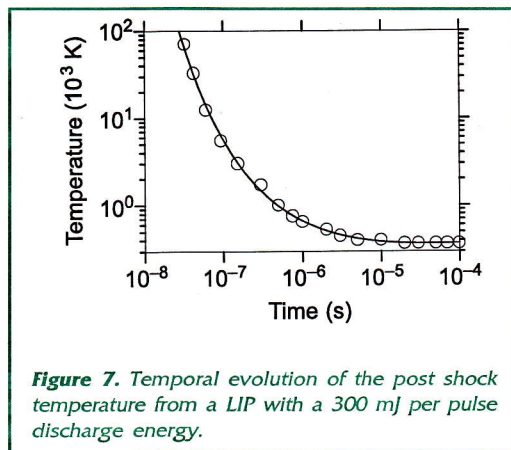


Figure 7. Temporal evolution of the post shock temperature from a LIP with a 300 mJ per pulse discharge energy.

and electron density [8], spectral properties [23] and its nitric oxide production yield [24, 25]. Furthermore, the energy dissipated per unit length in this laboratory simulated discharge was estimated to be $\sim 10^4 \text{ Jm}^{-1}$ [25], in close agreement with that from natural lightning [9].

In order to address this problem experimentally, we studied the evolution of the temperature of the plasma and of the subsequent hot core air and of the shock wave by a simulated returnstroke [11, 24] where the experimental set-up is basically the same as the one shown in figure 2.

The temporal evolution of the plasma and hot core air temperature were determined by interferometry. Plasma temperatures were then calculated using the electron density measurements (from two-colour interferometry), an equilibrium model of low temperature plasma [26] and from Radziemski *et al* [2] assuming that it is under local thermal equilibrium conditions. Depending on the discharge energy the plasma has significantly cooled by $t \sim 30\text{--}50 \text{ ms}$, and the temperature can now be obtained through its relation with the refractive index according to the Dale and Gladstone formula [27, 28]:

$$\frac{n-1}{n_0-1} = \frac{T_0 P}{T P_0}$$

where n is the refractivity of the gas at temperature $T(\text{K})$ and pressure $P(\text{Torr})$; n_0 , P_0 and T_0 taken as the reference; in our case $P = P_0$.

Emission spectroscopy can only be used to determine the temperature during the LIP emission on the microsecond timescale. Interferometric techniques allow the measurement of the whole evolution until the gas cools to ambient temperature. Figure 6 shows this behaviour and the details can be found in [11].

The temperature behind the shock front can be estimated from the shock front velocity according to table 3.5 of Zel'dovich and Raizer [3]. The initial shock front velocity was estimated to be about 60 km s^{-1} , which translates into an initial temperature of $\sim 105 \text{ K}$ during the laser energy deposition. This is the temperature of neutrals, ions and electrons of the expanding plasma since the shock wave has not yet detached from it. Figure 7 shows the temporal evolution of the post shock temperature. It can be seen that the shock front quickly cools off to near ambient temperatures in about $5 \mu\text{s}$, when it propagates close to sonic velocities.

In order to estimate the production yield of nitric oxide (NO) formed in these two regions, it is important to know the thermochemical equilibrium-mixing ratio of NO and the chemical relaxation time required to establish thermochemical equilibrium as a function of temperature. The relaxation time for NO to re-equilibrate depends on temperature (see figure 5 in [24]). As the air cools in the heated channel, the concentration of nitric oxide re-establishes equilibrium

until the cooling time of the air is faster than the relaxation time for NO. The concentration of NO freezes out at this temperature, which is referred to as the freeze-out temperature.

The freeze-out temperature for NO in the shock wave is calculated to occur between 5500 and 3000 K, around $0.06\text{--}0.09\mu\text{s}$ after plasma ignition. The nitric oxide production yield in this zone is $P(\text{NO}) \sim (3 \pm 2) \times 10^{14} \text{ molecule J}^{-1}$. In contrast, the freeze-out temperature for NO in the hot core air is estimated to be between 2700 and 2300 K, around $75\text{--}80\mu\text{s}$ after plasma initiation. The corresponding nitric oxide production yield in this zone is calculated to be $P(\text{NO}) \sim (1.5 \pm 0.5) \times 10^{17} \text{ molecule J}^{-1}$ [24]. Therefore, nitrogen fixation occurs almost entirely in the hot channel, representing about 99.8% of the total yield.

5. Laser laboratory experiments in astrophysics

Recently, laser laboratory experiments have become a new tool for astrophysics. These experiments allow studying complex phenomena in astrophysics, such as hydrodynamic instabilities, the evolution of supernova remnants (SNR) and astrophysical jets. For example, Rychtmeyer–Meshkov and Rayleigh–Taylor instabilities have been studied [29] by means of laser experiments, which were carried out using the Nova Laser at Lawrence Livermore National Laboratory (LLNL). These results were compared with numerical simulations carried out with different codes (HYADES, PROMETHEUS).

The stability of shock waves propagating in a stratified atmosphere, created in the laboratory, was analysed employing high-energy lasers [30]. Decreasing density gradients are common features in astrophysics.

Laboratory experiments are also an excellent tool for testing codes usually employed in astrophysics. In [10, 11] we carried out experiments of expanding plasma bubbles, which were generated by focusing laser

beams in air, and compared the experimental results with gasdynamic numerical simulations made with the yguazú-a code.

5.1. Interacting laboratory explosions and SNR

At the end of their life, some stars can lose their thermal–gravitational equilibrium and die in a supernova explosion. A supernova is an event that occurs on extremely short timescales (the explosion itself takes just a fewseconds, but the supernova can be visible for years after the explosion). However, their remnants can hold on for hundreds of thousands of years, drastically modifying their environments and emitting energy in the whole electromagnetic spectrum. The main characteristic feature of SNR is that they are strong sources of non-thermal radio emission (synchrotron radiation). A SNR is composed of a shock wave generated at the explosion time, the material ejected by the star, and the interstellar medium swept up by the supernova shock wave. Sometimes, a compact object (neutron star, pulsar, etc) remains inside of the remnant.

Extending earlier studies [10, 11] we analysed the interaction of two laser generated explosions, discussing similarities and differences between laboratory and astrophysical flows [31]. We also carried out numerical simulations in order to model the laser laboratory results. In the laboratory, the double explosion was made by focusing two Q-switched Nd :YAG laser beams with two plane-convex lenses of 5 and 7.5 cm focal lengths. Two experiments were carried out. In the first one, the input laser energies were 500 and 50 mJ, while in the second one the energies of both laser beams were set to 300 mJ.

The region where the laser beams are focused was illuminated with an expanded He–Ne laser beam. After passing through the region of interest, this probe beam was imaged with a 1024X256 ICCD camera. With this set-up, we obtained shadowgrams at a

series of different times (see the diagnostic section). Shadowgrams are sensitive to changes in the refractive index and they are excellent tracers of shock waves.

Numerical simulations were carried out with a two-dimensional version of the yguazú-a code. A convincing agreement between the simulations and the laboratory results was found for both experiments (see figure 8).

In this figure, the temporal evolution of the shock wave interaction is shown, comparing shadowgrams with simulated density stratification maps. In the shadowgrams, high temperature/density gradients (across the line of sight) appear as contiguous dark-bright features, while homogeneous regions are seen as featureless areas. The simulated density stratification clearly shows the positions of the shock waves as well as other properties of the gas (such as the contrast between the low density of the hot bubble and the higher density of the surrounding environment), which are not shown in the shadowgrams. However, a better comparison between the experimental and numerical results can be made if the Laplacian of the simulated density is computed (due to the fact that the shadowgrams are sensitive to the second derivative of the refractive index). An example of this is shown in figure 9, where a map of the Laplacian of the density for the case of equal input laser energies is shown, at $t = 9\mu\text{s}$ time integration.

From the astrophysical point of view, we note that the dimensionless numbers of the two explosion laboratory experiments are approximately in the appropriate regime. For example, the Reynolds number has a value of 105, which is consistent with astrophysical cases. However, the Mach numbers from these experiments are in the 5–2 range for times t in the 0–5 μs range. These values are clearly lower than the Mach numbers of SNR shockwaves (with typical values of 10–100). Notwithstanding this difference, there are some interacting SNRs, such as the case of

the SNR DEM L316 in the Large Magellanic Cloud [32] that shows ring-like features which resemble those that are observed in the $t = 6$ and 7 ms frames of our experiment (see figure 8).

5.2. Astrophysical jets

Astrophysical jets are characterized by lengths ranging from ~1015 cm (e.g. jets from T Tauri stars) to 1025 cm (e.g. radio galaxy jets). These sizes of course are enormous when compared with typical sizes of laboratory and 'aeronautical' jets, with typical sizes of 1 cm and 104 cm, respectively.

However, if the dimensionless numbers are considered, the differences between astrophysical and laboratory jets are not too large. The Mach number for type I extragalactic jets is of the order of 1, while most other astrophysical jets are hypersonic, with a Mach number range of $M = 2\text{--}100$. Published results [33] show that Mach numbers of the order of 20 can be achieved in laboratory jet experiments. It is usually assumed that astrophysical jets are in the high Reynolds number regime ($Re > 105$). This regime is easily reached in experiments of supersonic jets.

From this discussion, one sees that laboratory jets are small scale replicas of astrophysical jets. However, there are differences between both cases. The more important being that laboratory jets are non-radiative, i.e. radiative energy losses are small compared with the total energy in the jet. On the other hand, astrophysical jets can be non-radiative (such as is the case for extragalactic jets) or radiative (in jets from young stars).

The time-evolution of a low Mach number jet was numerically and experimentally studied [34]. In this work, results from a plasma-generated 'starting jet' experiment are compared with axisymmetric numerical simulation of this flow.

The experiment was carried out focusing a Q-switched Nd :YAG laser beam into a glass bottle, which has a diameter of 1 cm.

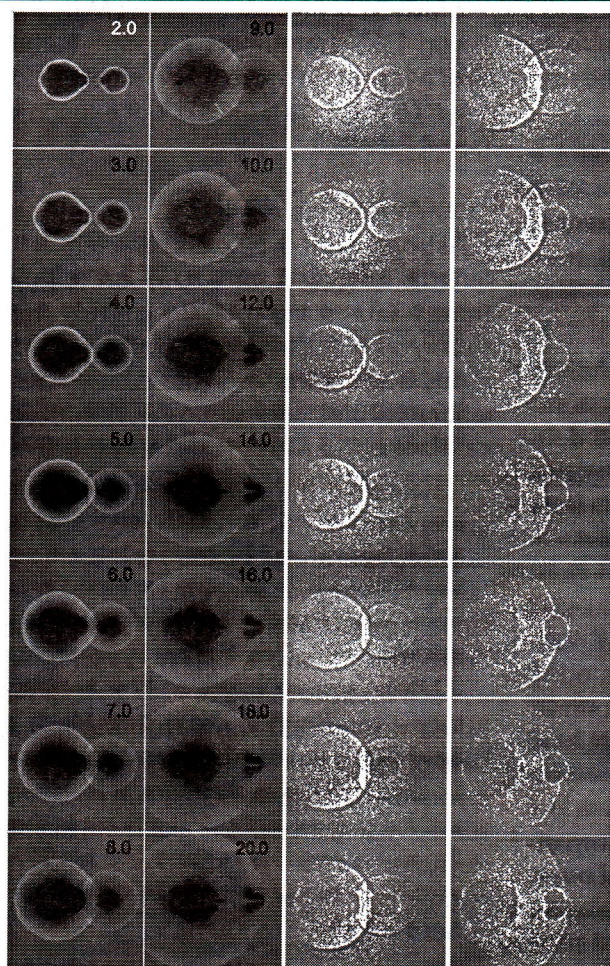


Figure 8. Comparison between a numerical simulation and an experiment of two laser generated explosions (with input energies of 500 and 50 mJ). The two left columns correspond to density stratifications obtained from the axisymmetric simulation (each frame is labelled in microseconds). The grey-scale varies between 5×10^{-5} and 1 g cm^{-3} . The second two columns show the shadowgrams obtained from the laser experiment, for the same times as the corresponding graphs of the first two columns. All the frames have a vertical size of 2.5 cm.

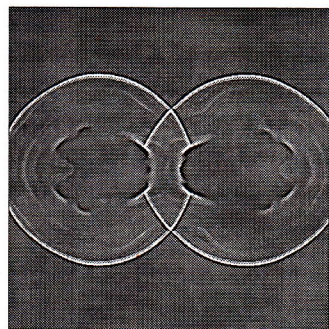


Figure 9. Laplacian of the density field for the equal explosion energy model, for a $t = 9 \mu\text{s}$ integration time. This figure can be compared with the corresponding shadowgram shown in figure 8 (the top frame of the right-hand side column).

This bottle also has a 3mm diameter exit nozzle. A high temperature, partially ionized plasma bubble is generated within the glass bottle by focusing a laser beam. In this way, a shock wave is produced, which emerges from the bottle through the nozzle. At later times the hot gas (previously heated by the laser) also exits in the form of a well collimated jet.

In the laboratory, the temporal evolution of the gas flowing outside the glass bottle was followed by obtaining a series of shadowgrams. These were obtained in a similar way to the one described in the previous sections. In this case, the region directly outside the nozzle was illuminated with an expanded He-Ne laser beam, and the probe beam was imaged with an ICCD camera (see figure 2). In this way, only the structure of the flow which exits from the glass bottle nozzle could be studied. In order to do a numerical simulation of the laser-generated jet, the shape of the glass bottle was digitalized and it was imposed as a reflection condition in the simulation. The region which is heated by the laser beam was modelled as a cone with half opening angle $\alpha = 15^\circ$ and a length of 4.2 mm. The temperature of this hot cone was set to 25 000K while the outside temperature was 300 K. In all of the computational domain ($4 \times 1 \text{ cm}$, axial X radial), the density was $10^{-3} \text{ g cm}^{-3}$. The simulation described above was done with the axisymmetric version of the yguazú-a code.

Figure 10 shows a comparison between shadowgrams and density stratification maps. It is only possible to compare the flow out-

side the bottle, because the flow within the bottle could not be registered in the shadowgrams (due to the uneven refractive index of the glass of the bottle).

The temporal evolution can be described in the following way:

- In the time range from 0 to $80\mu\text{s}$, four compression waves leave the exit nozzle. These compression waves are due to multiple reflections of the shock wave with the internal walls of the glass bottle.
- At approximately $50\mu\text{s}$, the air initially heated by the laser starts to leave the glass bottle.
- Between 80 and $90\mu\text{s}$, a well developed jet is observed just outside of the nozzle exit. This jet has a well-defined vortex ring at its head.
- At $180\mu\text{s}$, the vortex ring develops a swept-back 'tail', which curves away from the jet beam.

Finally, both the experimental and numerical studies can be seen as models of the Faranoff–Riley class I radio jets. This kind of jet has the characteristic of having relatively low Mach numbers (in the range $M = 0.5\text{--}2$ [35]).

6. Conclusions

We used several diagnostic techniques to study the temporal evolution of LIPs. We also developed a new application of an ICCD where a cw laser is used as a probe beam in shadowgraph and interferometric diagnoses of transparent media where the refractive index varies with time. The time resolution is obtained by gating the ICCD. This configuration has the advantage that the temporal resolution of both techniques can be changed according to the evolution of the pro-

cess under study and no stability set-up is required as is usual in cw interferometric techniques.

These measurements give essential information for different kinds of applications. LIP has been shown to be a good analogue of natural lightning. Our results enabled us to quantitatively determine the contributions of the shock wave and the hot channel to the nitrogen fixation rate by lightning.

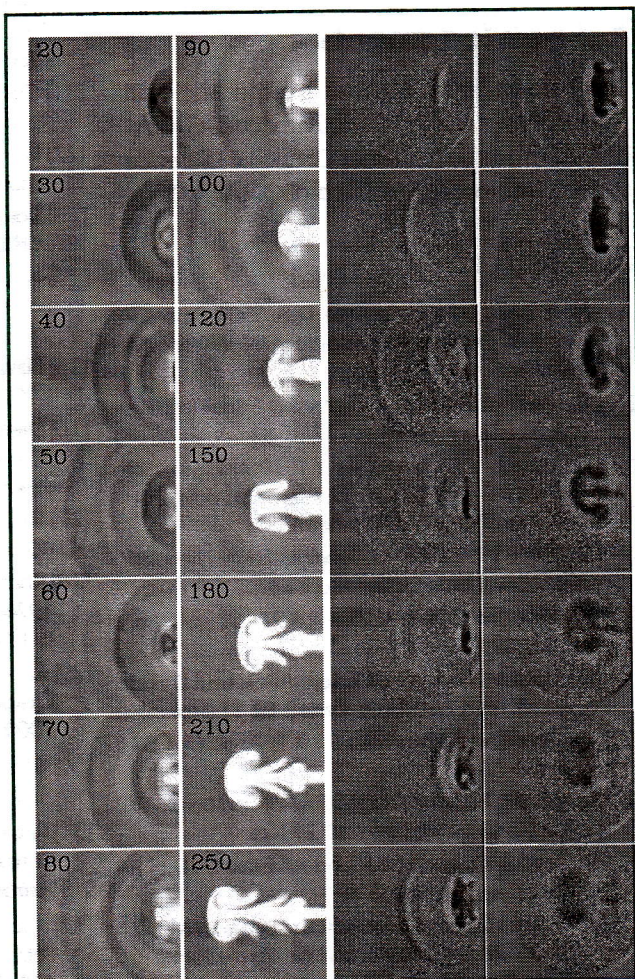


Figure 10. Comparison between the numerical simulation and the 'plasma in bottle' starting jet experiment. The two left columns correspond to cuts through the symmetry axis of the density stratification obtained from the numerical simulations (with darker shades of grey corresponding to the denser regions) for different times from the laser pulse (each graph being labelled with time in microseconds). The two right columns show the shadowgrams obtained from the experiment for the same times as the corresponding graphs in the first two columns.

Laser laboratory experiments, such as the ones described in this review, are interesting in that they can provide information that is complementary to what is obtained by means of theoretical and/or observational studies. For example, these experiments allow a direct evaluation of the accuracy of codes usually employed in astrophysics. This can be done with flows which resemble astrophysical jets and supernova explosions.

Acknowledgments

This work was supported by the National Autonomous University of Mexico (DGAPA-UNAM) and the National Council of Science and Technology of Mexico (CONACyT).

References

- [1] Radziemski L J and Cremers D A 1989 *Laser-Induced Plasmas and Applications* (New York: M Dekker)
- [2] Radziemski L J, Loree T R, Cremers D A and Hoffman N M 1983 *Anal. Chem.* **55** 1246–52
- [3] Zel'dovich Y B and Raizer Y P 1966 *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena* (New York: Academic)
- [4] Raizer Y P 1977 *Laser-Induced Discharge Phenomena* (New York: Consultants Bureau)
- [5] Richardson M C and Alock A J 1971 *Appl. Phys. Lett.* **18** 357–60
- [6] Lucchesi M, Cornolti F, Guilietti A, Giuliotti D and Vaselli M 1984 *Nuovo Cimento B* **82** 111–24
- [7] Borghese A and Merola S S 1998 *Appl. Opt.* **37** 3977–83
- [8] Jebens D S, Lakkaraju H S, McKay C P and Boruki W J 1992 *Geophys. Res. Lett.* **19** 273–6
- [9] Stark M S, Harrison J T H and Anastasi C 1996 *J. Geophys. Res.* **101** 6963–9
- [10] Raga A C, Navarro-González R and Villagrán-Muniz M 2000 *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica* **36** 67–76
- [11] Sobral H, Villagrán-Muniz M, Navarro-González R and Raga A C 2000 *Appl. Phys. Lett.* **77** 3158–60
- [12] Moreno C H, Marconi M C, Shlyaptsev V N and Rocca J J 1999 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **27** 6–7
- [13] Lebedev S V, Aliaga-Rossel R, Bland S N, Chittenden J P and Dangor A E 1999 *Phys. Plasmas* **6** 2016–22
- [14] Chan P W and Lee C S 1977 *Phys. Lett. A* **62** 33–5
- [15] Villagrán Muniz M, Sobral H and Camps E 2001 *IEEE J. Trans. Plasma Sci.* **29** 613–16
- [16] Weber B V and Fulghum S F 1997 *Rev. Sci. Instrum.* **68** 1227–32
- [17] Yalçin S, Crosley D R, Smith G P and Faris G W 1999 *Appl. Phys. B* **68** 121–30
- [18] Lawrence M G, Chameides W L, Kasibhatla P S, Levy I H and Moxim W 1995 *Lightning and atmospheric chemistry: the rate of atmospheric NO production Handbook of Atmospheric Electrodynamics* ed H Volland (Boca Raton: CRC) pp 189–202
- [19] Uman M A and Krider E P 1989 *Science* **246** 457–64
- [20] Tuck A F 1976 *Quart. J. R. Met. Soc.* **102** 749–55
- [21] Gostintsev Y A and Gamera Y V 1995 *Combust. Explosion Shock Waves* **31** 110–15
- [22] Hill R D, Rinker R G and Wilson D 1978 *Trans. Am. Geophys. Union* **59** 1077–8
- [23] Borucki W J, Kenzie R L M, McKay C P, Duong N D and Boac D S 1985 *Icarus* **64** 221–32
- [24] Navarro González R, Villagrán Muniz M, Sobral H, Molina L T and Molina M 2001 *Geophys. Res. Lett.* **28** 3867–70
- [25] Navarro-González R, McKay C P and Mvondo D N 2001 *Nature* **412** 61–4
- [26] Dresvin S V 1977 *Physics and Technology of Low-Temperature Plasmas* (Ames: Iowa State University Press)
- [27] Sakakibara T, Kito Y and Michachi I 1973 *J. Phys. E* **6** 40–2
- [28] Kharitonov A I, Khoroshko K S and Shkadova V P 1974 *Izvestiya AN SSSR. Mekhanika Zhidkosti i Gaza* **9** 177–80
- [29] Kane J, Arnett D, Remington B A, Glendinning S G, Castor J, Wallace R, Rubenchik A and Fryxell B A 2000 *Astrophys. J. Suppl.* **127** 375–7
- [30] Teyssier R, Ryutov D and Remington B A 2000 *Astrophys. J. Suppl.* **127** 503–8
- [31] Raga A, Sobral H, Villagrán-Muniz M, Navarro-González R and Masciadri E 2001 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **324** 206–12
- [32] Murphy-Williams R, Chu Y-H, Dickel J R, Beyer R, Petre R, Smith R C and Milne D K 1997 *Astrophys. J.* **480** 618–32
- [33] Harvey W D and Hunter W W 1975 *NASA Tech. Note D-7981*
- [34] Velázquez P F, Sobral H, Raga A C, Villagrán-Muniz M and Navarro-González R 2001 *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica* **37** 87–94
- [35] Bicknell G V 1985 *Proc. Astron. Soc. Australia* **6** 130–7

OLIMPIADAS IBEROAMERICANAS DE FÍSICA

Las Olimpiadas Iberoamericanas de Física (OibF) están destinadas a estudiantes de Enseñanza Media, están organizadas por docentes e investigadores de Física de los países de América Latina, España y Portugal.



*Marcelo Sosa, Juan Pablo Maianti y
Marcelo Odella*

Son objetivos de las OibF:

- Estimular el estudio de la Física y el desarrollo de los jóvenes talentos en esta ciencia.
- Propiciar el intercambio de experiencias y la profundización de la amistad entre los países participantes.
- Promover la realización y el desarrollo de competencias nacionales (en correspondencia con las recomendaciones de UNESCO, 1989) que contribuyan a apoyar el talento y la iniciativa científica de la juventud.

Se han celebrado en Colombia (1991), México (1997), Venezuela (1998), Costa Rica (1999), España (2000), Bolivia (2001), Guatemala (2002) y Cuba (2003).

Uruguay participa en forma ininterrumpida desde el año 2000. a partir de la invitación que recibiera la Sociedad Uruguaya de Física. Se constituyó entonces un Comité Organizador integrado por representantes de Sociedad Uruguaya de Física, Administración Nacional de Educación Pública, Asociación de Colegios Privados y Asociación de Profesores de Física del Uruguay.

La participación de Uruguay es posible gracias a la contribución financiera de Pedeciba-Física y A.N.E.P.- CO.DI.CEN. Cada delegación fue seleccionada a través de pruebas teóricas y experimentales en dos instancias, la primera en diferentes ciudades y la segunda en Montevideo, con los estudiantes clasificados. Estas pruebas son propuestas y calificadas por el Comité Organizador.

Este año la selección que representará a Uruguay en Brasil (25 de setiembre al 2 de octubre) está constituida por Juan Ignacio Molinelli (Montevideo), Javier Farías (Atlántida) y Nicolás Cremona (Carmelo).

Para el 2005 Uruguay tiene el compromiso de organizar la próxima OibF. Esperamos la colaboración de todos para difundir este evento y alentar a nuestros estudiantes a participar.

Andrea Cabot - Arturo Martí - Pablo García
Comité Organizador de las Olimpiadas

Página de las Olimpiadas de Física de Uruguay:
<http://www.fisica.edu.uy/olimpiadas>

FÍSICA DEL HUMOR (I)

Se les asignó una tarea a un grupo de dirigentes de una universidad: debían medir la altura, desde la base a la punta, de un mástil que se hallaba en la entrada principal del edificio. Entonces salieron y fueron hacia el mástil con escaleras y cintas métricas. Y se caían de las escaleras, soltaban la cinta métrica, la cosa era un verdadero desastre...

Un Ayudante Preparador de Física pasaba por allí y vio lo que estaban tratando de hacer. Se acercó, tomó el mástil con ambas manos y tiró hacia arriba, sacándolo de su lugar y colocándolo sobre la tierra, acostado a lo largo. Luego, lo midió desde la base a la punta, le dijo la medida a uno de los directores, que miraban perplejos, y se fue.

Una vez que el Ayudante Preparador desapareció de su vista, uno de los dirigentes dijo riendo a otro que estaba a su lado:

- Tenía que ser ayudante preparador. Queremos saber la altura y nos da el largo.

(El título de la sección contiene la palabra "Humor")

...

Cuestiones Intrascendentes ...

- ¿Por qué la serie se llamaba «Misión Imposible», si ellos siempre conseguían realizar las misiones?
- ¿Por qué los filmes de batallas espaciales tienen explosiones tan ruidosas, si el sonido no se propaga en el vacío?
- ¿Por qué las lunas de otros planetas tienen nombre, pero la nuestra se llama luna?
- ¿Por qué cuando aparece en la computadora la frase «Teclado No Instalado», al mismo tiempo se solicita que apriete cualquier tecla?

...

Razonamiento "Schrödingeriano"

Imagínate un pedazo de queso suizo, de aquellos bien llenos de agujeros.

Cuanto más queso, mas agujeros.

Cada agujero ocupa el lugar en el que habría queso.

Así, cuanto más agujeros, menos queso.

Cuanto más queso, más agujeros y cuanto más agujeros menos queso.

Luego, cuanto más queso menos queso.

Y agregó ¿los agujeros están en el queso o el queso en los agujeros?

...

Paiê conta uma história pra eu dormir?

Um professor de Física, chega tarde da noite em casa, após um longo dia. Chega cansado, com a cabeça latejando. Assim que fecha a porta da frente, sua filha de seis anos vem até ele e pede: «Paiê, conta uma história pra eu dormir?»

Percebendo que ela tinha esperado até ele chegar, e estava muito cansada, concordou.

Ela deitou na cama e ele começou a contar uma história assim: «Era uma vez, na floresta F, três porquinhos: P1, P2 e P3. Eles andavam alegremente com uma velocidade constante de 0,5 m/s quando, de repente, viram o lobo LM partindo do repouso, com uma aceleração de 0,1 m/s², vindo em direção a eles. Ao virem o lobo LM, P1, P2 e P3 dobraram sua velocidade, de modo que puderam chegar à casa C1 antes do lobo LM. Ao chegar à C1, LM voltou à condição de repouso, aspirou, dobrando seu volume, e assoprou com toda a força que pode...»

E a menina, interessada, mas sem entender muito, pergunta:

«Paiê, e a casa caiu?»

E ele responde:

«Que é isso, despreza a resistência do ar!»

WEB

Primera Recomendación

MEGASCIENCE.NET

<http://megascience.net/>

Enseñanza Secundaria: Física, Matemática, Curiosidades. Profesores: desafíos para pensar, discutir con los colegas, y mantenerse informado. Boletín Megascience: Reciba a través del correo electrónico, anuncios y novedades

Segunda Recomendación

FISICA-FACIL.COM

MONTEVIDEO - URUGUAY

<http://www.fisica-facil.com/>

Este sitio ha sido creado con el fin de que los estudiantes de Física General de nivel de estudios secundarios o preuniversitarios tengan acceso a situaciones que le permitan aprender a aplicar los conocimientos adquiridos en los diferentes cursos curriculares, o en forma autodidacta leyendo buenos libros.

Tercera Recomendación

<http://www.fisica.edu.uy/olimpiadas/>

OLIMPIADAS DE FISICA DEL URUGUAY

Sitio Web de las Olimpiadas de Física del Uruguay. Participan del comité organizador: Sociedad Uruguaya de Física (SUF), Asociación de Profesores de Física del Uruguay (APFU), representantes de las Instituciones de Enseñanza Media Pública y Privada. Auspician: PEDECIBA, CODICEN, M.E.C.

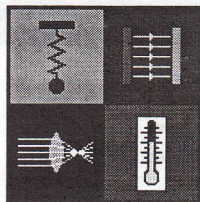
Cuarta Recomendación



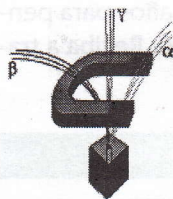
Laboratorio: <http://www.fisica.edu.uy/~fluidos/experiencias.htm>

Inestabilidades en fluidos : Instituto de Física Facultad de Ciencias - Universidad de la República Montevideo- Uruguay

Otras Recomendaciones (Algunas ya hechas pero renovadas)



www.walter-fendt.de/ph14s Applets Java de Física
por Walter Fendt



Recursos de Física

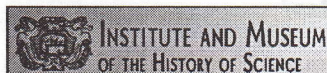
<http://www.edu.aytolacoruna.es/aula/fisica/>

Animaciones en Java – Teoría – Física Interactiva – Problemas – Prácticas – Enlaces a Sitios referentes a Física



<http://www.phy.ntnu.edu.tw/english/Index.html>

Department of Physics National Taiwan Normal University



<http://www.lmss.fl.it/museo/Index.html>

Astrolabe - Galileo's Compass - Galileo's telescope - Materials for education and research on the instruments and discoveries of Galileo Galilei. - A virtual itinerary through the rooms of the museum.



<http://www.sbfisica.org.br/rbef/>

Revista Brasileira de Ensino de Física – Versión On Line. No precisa presentación la tradicional revista de nuestros hermanos del norte.

Didáctica y laicidad: entre el discurso apodíctico y la reflexión epistemológica

Prof. Bruno Antognazza

*Finalmente, un choque de valores
puede resolverse por medio del uso
de la fuerza o de la violencia...*

Anthony Giddens¹

Introducción

La educación en el Uruguay tiene como marco de referencia obligatorio a la obra de José Pedro Varela². Los principios varelianos, a su vez, han sido institucionalizados a través de la dinámica democrática, incluyéndose en los diferentes niveles de la normativa, permaneciendo vigentes por más de un siglo. La laicidad es, entonces, un mandato legal y constitucional de la sociedad uruguaya para la educación pública y sus actores que se expresan a través de un estado no confesional, que no acepta ni el proselitismo político o religioso, ni el *ejercicio del poder institucional o académico para formar opinión*. Este trabajo pretende demostrar que la sentencia apodíctica ha seducido al discurso educativo de la reforma y es incompatible con el concepto de laicidad³.

El currículo de los Cerp, en lo que se refiere al Área Ciencias de la Naturaleza, es un buen ejemplo: física no se incluye del primer año de Ciencias de la Naturaleza y los argumentos doctrinarios -la concepción epistemológica que los sustenta- aparecen tanto en los programas de los Cerp y en sus fundamentos, como en los de la reforma educativa del Ciclo Básico. Particularmente en Física, que no aparece como asignatura en el primer año de Ciencias de la Naturaleza y sus contenidos disciplinares aparecen vagamente en los programas de "La naturaleza de la materia y sus transformaciones" y "Unidad y diversidad de los sistemas vivos", se refuerza la interpelación desde el

colectivo de profesores de Física en el Uruguay, de la calidad en la formación de profesores de Física titulados en los Cerp.

Pero, por otro lado, la práctica docente en el segundo año, con un enfoque disciplinar, no es coherente con esta estructura curricular, pero se constituye en un avance hacia la reflexión sobre aquellos aspectos que, hasta hoy, se han fundamentado en una única mirada. El profesor de didáctica y el adscriptor, podrán promover una confrontación abierta, desde los distintos marcos conceptuales, contribuyendo efectivamente a una síntesis propia del practicante. La explicitación de las *tensiones*⁴ entre las diferentes representaciones de los actores, menos que un obstáculo o fuente de incertidumbre, debería ser un catalizador de la formación del espíritu crítico en el estudiante: "*Los seres humanos construyen significados por medio de la reflexión sobre la experiencia así como a través de la*

¹ GIDDENS, Anthony, "Beyond left and right", Polito, 1995, citado por Emmanuel Wallerstein (coordinador), "Abrir las ciencias sociales", México, Siglo XXI, 1996, pág 76

² VARELA, José Pedro, "La legislación escolar", Montevideo, Colección Clásicos Uruguayos, 1964, Vol. 51, Tomo 1.

³ LEY 15739, art. 1, 1985, www.anep.edu.uy/ANEP/anep_normativa.htm. "La enseñanza aprendizaje se realizará sin imposiciones ni restricciones que atenten contra la libertad de acceso a todas las fuentes de cultura..."

⁴ MORAES, Edith, "La práctica docente en la formación inicial", conferencia dictada en CECAP, febrero 2004.

interacción con otros seres humanos"⁵. La confrontación de los diferentes paradigmas con sus expresiones en la práctica viva, podrían ser el sustrato significativo para el anclaje de una postura abierta y laica del futuro docente⁶.

El contexto

Tratar de caracterizar el momento histórico en que se encuentra inmersa la problemática educativa en el mundo, es una tarea compleja y escapa al objetivo de este trabajo. Sin embargo, atendiendo al contexto en el que se ha implementado la reforma en el Uruguay, hay características que no pueden obviarse, aunque pueda discutirse cuál es la incidencia que puedan tener. Cualquier docente que procure actualizarse siguiendo a la consigna de la educación permanente -incontrovertible en la historia no tan reciente de la formación docente en el Uruguay- puede percibir que la educación, desde la década de los 90, está inmersa en un torrente de publicaciones con diferentes soportes -libro, digital, Web, etc.

Durante la década pasada se hablaba de una revolución en la información y que la educación debía propiciar destrezas meta-informáticas, favoreciendo el acceso no ingenuo a aquella. Concomitantemente, el término globalización invadió la literatura educativa: la igualdad de oportunidades se plasmaba a través de la equidistancia desde cualquier punto del

planeta a la información y, por lo tanto, equidad universal en cuanto al acceso al conocimiento. Para quienes intercambian información de calidad, quizás, sea más acertado hablar de la era del conocimiento, de la producción de nuevos saberes en el campo de la ciencia, que se expresan cada vez más rápidamente en el campo tecnológico, con sus repercusiones más o menos inmediatas en la sociedad. Estos nuevos saberes pueden convertirse en información y -a través de la Internet, por ejemplo- puede constatarse rápidamente cuáles son los costos para acceder a la información referida al conocimiento genuinamente arbitrado. Incluso, gran parte de esta información es, muchas veces, un maquillaje lingüístico en el que la neologismo-génesis crea nuevos significantes para los mismos significados. La complejidad del contexto se expresa a través de una multiplicidad de discursos en los que la metáfora y el neologismo, muchas veces, no implican un nuevo aporte conceptual y terminan encubriendo los significados.

En tales condiciones, el texto se enreda en un contexto de hiperproducción de información, en el que la propia incertidumbre frente a la aparente diversidad, podría permitir que el discurso más enfático o torrencial, promovido con un tono apodíctico desde autoridad académica circunstancial de actores o instituciones, se instale acríticamente como referencial absoluto para el practicante. Un discurso es apodíctico, cuando la materia a la que se refiere es opinable, y sólo se sostiene partiendo de premisas con fuerza de axiomas -proposiciones que no requieren justificación-, y que por su presentación coherente con esta suerte de dogmas no admite ningún tipo de contradicción. Un docente, percibiéndose a sí mismo y presentándose ante sus alumnos como dueño del conocimiento válido sin hacer referencia a distintos marcos teóricos, no cumplirá con el mandato democrático de contribuir a la formación de un ciu-

⁵ DÍAZ, Gabriel, "Perspectivas en la supervisión de docentes aspirantes", conferencia dictada en CECAP, febrero 2004.

⁶ SCOTTI, Magdalena, conferencia dictada en el CECAP, febrero 2004. "Teoría crítica, o mejor escuela crítica...", propone un enfoque práctico del hecho educativo, y un criterio de análisis deliberante y reflexivo, que busca más allá de la autorreflexión propia del enfoque práctico, el descubrimiento de las distorsiones ideológicas e institucionales que pueden impedir la comprensión de los hechos a analizar"

dadano reflexivo, capaz de tomar autónomamente sus decisiones⁷. La cita de Giddens puede extrapolarse al terreno de la educación: el choque de concepciones antagónicas se *resuelve* a través del ejercicio de la violencia simbólica, a partir del poder que otorga el *status* académico o la jerarquía institucional.

En los últimos lustros del siglo pasado se produjeron cambios políticos en el mundo. El fin de la historia y de las ideologías se apoyaba en el fracaso del socialismo real⁸. La globalización inundaba la literatura política, social y educativa. La desaparición del mundo bipolar permitía destinar más recursos para el desarrollo tecnológico. El avance de la informática alumbraba a la sociedad de la información y, ésta, a la del conocimiento. El predominio de una orientación en la producción de información, siguiendo la dirección y sentido de los llamados vectores de globalización, polariza a la "aldea planetaria". La teoría del caos, el estudio de los sistemas complejos encontró la medida para instalar una nueva concepción de ciencia que invadió a las ciencias sociales y las de la educación.

El discurso educativo posmoderno estuvo inmerso en este contexto y los debates entre el falsacionismo (Popper), el todo vale (Feyerabend)⁹ y los cambios de paradigma en el marco de las revoluciones científicas, fueron postergados. El fin de las certidumbres¹⁰ también se instaló en la epistemología, en la ciencia y en la educación.

Ciencias de la naturaleza

La reforma educativa no ocultó su alineación a esta nueva concepción de ciencia y, desde ese marco teórico se interpela al positivismo, se concibe a la física newtoniana como modelo de esta concepción, y se promueve, argumentando sin fundamentos sólidos, a la biología como nuevo paradigma para la educación en ciencias fácticas¹¹.

Sus repercusiones en la enseñanza de las ciencias se expresan con tanta nitidez en el

currículum del Ciclo Básico como en los fundamentos de los programas de Ciencias de la Naturaleza, en los cuales se prescribe, en forma absolutamente normativa, el marco teórico para la educación en ciencias. La concepción epistemológica que la rige se resume en: "*Se pretende una enseñanza de la ciencia que no presente a ésta como discurso hegemónico de racionalidad... y que se muestre más cómo un abordaje posible que como una única forma de comprender e interpretar la naturaleza*"¹². Es decir, hegemonía epistemológica, para una única forma de entender la ciencia que, además, no debería presentarse caracterizada por la racionalidad.

Es allí donde se expresa la influencia de las nuevas concepciones de ciencia sin dar lugar al debate y la confrontación, aceptando en forma acrítica el discurso predominante en las Ciencias Sociales y las Ciencias de la Educación. Prigogine, Capra, Wallerstein, y el marco epistemológico por ellos sostenido, se constituyen en las referencias académicas incontrovertibles, nunca explicitadas. Desde esta perspectiva, la

⁷ Ley 15739, art. 1, 1985 "art. 2- Se garantizará la independencia de la conciencia moral y cívica del educando. La función docente obliga a la exposición íntegra, imparcial y crítica de las diversas posiciones o tendencias que presente el estudio y la enseñanza en la asignatura respectiva".

⁸ Ver el debate iniciado por la publicación del ensayo del autor estadounidense Francis Fukuyama "¿El fin de la Historia?" y entre otros Manuel Castells con su serie "La era de la información".

⁹ FEYERABEND, Paul, "Tratado contra el método", capítulo 1, pág. 7 y siguientes, Tecnos, Madrid, 1992. "El único principio que no inhibe el progreso es: todo sirve".

¹⁰ PRIGOGINE, Ilya, "El fin de las certidumbres", Editorial Andrés Bello, Chile, 1996.

¹¹ Es particularmente elocuente la Fundamentación de los programas originales de 1º, 2º año de Ciencias de la Naturaleza y 3º año de Ciencias Físico-Químicas del plan Piloto.

¹² CERP, "Programas de 1º año", Selección y organización de contenidos para el profesorado del área, pág.60, 1999.

enseñanza de la Física clásica pasa a ser un arcaísmo: Newton, Galileo y los fundadores de la ciencia moderna, responsables de los padecimientos provocados por el determinismo. *"La mecánica clásica ocupa -quizás- un lugar aparte el desarrollo del pensamiento humano"* (programas Cerp, 1999), se sostiene, y luego se la califica como *"...esta ya tan trillada rama de la física..."*. Finalmente, la calificación de las leyes de Newton como *creencias*, explican el desprecio apodíctico por la racionalidad (Idem, 1999). Este discurso es, como mínimo irresponsable, y un ejemplo de lo que no debe hacerse en educación. Menos aún, en un país democrático, en que la Constitución de la República recoge los principios varelianos de la educación, esto se constituye en una actitud que desconoce la tradición de laicidad en la educación pública en el Uruguay y, de alguna manera, da por culminado un debate que nunca se inició.

En los programas del Ciclo Básico, se pretende argumentar sin fundamentos que las ciencias Físicas son menos atractivas para los estudiantes que las ciencias biológicas. En los documentos oficiales de la ANEP (programas de Ciclo Básico) se coloca a la Biología como el nuevo paradigma de las ciencias fácticas y, por lo tanto, como eje vertebrador de la concepción sistémica en oposición a cualquier versión positivista. Determinismo, positivismo, empirismo y racionalismo se han transformado en malas palabras, soslayando la génesis del conocimiento científico y cayendo inevitablemente en contradicción con la teoría psicológica del aprendizaje que luego se sostiene.

Las permanentes referencias a Vigotsky, al cognitivismo, a la forma en que producen los aprendizajes, no procuran esconder una concepción genética que estaría en franca contradicción con el dogmatismo teórico expresado más arriba. En Piaget, particularmente en su Epistemología Genética, se percibe la visión de que en la construcción de los aprendizajes y los conocimientos se entrelazan, dialécticamente, la historia del individuo con

la de la humanidad. En Vigotsky, de clara formación marxista, el papel activo de la conciencia frente a la realidad, es consecuencia de una visión, también genética, materialista histórica y dialéctica, como la que se expresara Engels en sus reflexiones sobre la teoría de la evolución.

El presente trabajo procura fundamentar que la búsqueda de regularidades con un creciente rigor metodológico -en el que la medida y la actividad experimental permitan la inducción y verificación de éstas regularidades- es un pilar necesario para el desarrollo cognitivo del adolescente. La presentación de la complejidad de la ciencia a través de la biología, lleva inevitablemente a la banalización de los contenidos disciplinares, a un abordaje meramente descriptivo, y a presentar a la ciencia como un relato carente de teorías articuladas.

Ausubel, con Toulmin, se sitúa en la que llama "Epistemología Moderna"¹³. La pregunta que se formula desde este trabajo es: ¿no es un prerequisite para la comprensión de la teoría de los sistemas complejos, la autoorganización, el principio de incertidumbre y la flecha del tiempo termodinámica, romper con la concepción aristotélica del movimiento?; ¿es posible que el concepto de homeostasis, por ejemplo, -como estado alejado del equilibrio- tenga significatividad para un alumno que no ha estudiado sistemas con comportamiento lineal? No se pretende aquí cuestionar el punto de vista sostenido por Ausubel; no se pretende desestimar la potencial significatividad que puede adquirir la ciencia en las simulaciones CTS, sino que lo que se pregunta, finalmente es: ¿cómo se puede aprender ciencia sin el desarrollo instrumental, sin construcción y reconstrucción semiótica? El joven en el ciclo básico es, probablemente, portador de concepciones precientíficas, de sistemas de creencias que sólo abandonará si una nueva experiencia,

¹³ AUSUBEL, David, "Psicología Educativa: un punto de vista cognoscitivo", Trillas, México, 1999.

cargada de significatividad, está en su zona de desarrollo potencial (Vygotski, 1977)¹⁴. La ciencia positivista es eficaz para que los imanes, los cuerpos flotando, y los rayos y los truenos dejen de tener una explicación mágica. Quizás sea este un paso previo –o simultáneo– para simulaciones CTS en las que pueda plantearse las posibles consecuencias de un cableado de alta tensión, de un derrame de petróleo, o de probables alteraciones atmosféricas por la presencia de espejos de agua muy extensos.

Qué sucede en Física

La supervisión de aspirantes a profesores de física está inserta en un contexto de convivencia de dos paradigmas con respecto al significado de la educación en ciencias que, a primera vista, podrían aparecer como incommensurables, al tomar como el aspecto más relevante a la antinomia enseñanza “por áreas-por disciplinas”. No se pretende en este trabajo tomar partido en la polémica sino mostrar que lo relevante es que el alumno construya la representación más adecuada sobre qué es el conocimiento científico. En tal sentido, en este trabajo se parte de que “la enseñanza de la ciencia está socialmente regulada y posee sus propias técnicas de presentación, justificación, valoración y aplicación de las teorías científicas, que no tienen por qué ser las mismas que las usadas en los restantes ámbitos de la actividad científica”¹⁵ y que, independientemente de la concepción educativa se coincide en que “uno de los objetivos básicos de la enseñanza de las ciencias es la adquisición por parte de los estudiantes de representaciones mentales adecuadas de conocimientos científicos previos” (Echeverría, 1988, p.60). Es decir, con el mismo autor, el ámbito para la ciencia normal kuhniana es el contexto de la educación.

Con el criterio de la organización disciplinar de los contenidos, el currículo de educación secundaria de la asignatura Física ha sido siempre espiralado. Los contenidos

disciplinares de los programas de 3º y 4º son prácticamente los mismos que en 5º y 6º desde el plan 41- y en todos los programas aparecen los contenidos referidos a los procedimientos como ejes transversales: destrezas y habilidades para la interpretación y construcción de gráficas, la medición como proceso que requiere de la expresión correcta de sus resultados –errores y cifras significativas– y la modelización como la gran metáfora de la ciencia. Estos énfasis sustentarían la construcción de una representación de la ciencia como un cuerpo teórico, no meramente lingüístico, sino articulado con la interiorización de las técnicas de escritura, observación, medición, cálculo y experimentación (Echeverría, 1988). Sin embargo, estos atributos positivos desde la enunciación, sólo se expresan –en parte por las condiciones existentes en los liceos– en el segundo ciclo y ni siquiera en esta instancia contribuirían con la formación del espíritu investigador del alumno. Como señala Guerra¹⁶ (2001) “...realizar una actividad experimental, que se supone que es un acto de naturaleza formativa de los aspectos críticos del estudiante, se transforma en una actividad similar al examen para conductor de automóviles”.

La realización de prácticas rutinarias, que se ajusten a las posibilidades de institutos superpoblados en los que el curso de práctico –separado del de teórico– se transforma, la mayoría de las veces, en una verificación poco rigurosa de los contenidos disciplinares del curso teórico.

Por otra parte, en el curso teórico, predominan las prácticas tradicionales, con clases predominantemente expositivo-interrogativas y en las cuales actividades que pueden romper

¹⁴ RIVIÈRE, Angel, “La Psicología de Vygotski”. Madrid, Visor, 1985.

¹⁵ ECHEVERRÍA, Javier, “Filosofía de la Ciencia”, pág 60, AKAL, Madrid, 1988.

¹⁶ Guerra, Mario, 2001, “Cada vez más lejos del pensamiento socrático”, Educación en Física, vol 6- nº 5, pag 9 y sig.

la rutina con un rol más activo por parte del alumno, con la organización de la clase en grupos con la consigna de resolver problemas no pasa, la mayoría de las veces, de ser una actividad de fijación de definiciones operacionales o de aplicación de algoritmos, que sólo requieren que el alumno reconozca, reproduzca e interprete la información contenida¹⁷. La metodología de resolución de problemas, inserta en una estrategia didáctica creativa, donde lo heurístico contribuya a que haya una transferencia del conocimiento, no es práctica cotidiana en los profesores de segundo ciclo.

El practicante y el conflicto

El modelo original de la práctica docente –sólo en el último año, en una institución de práctica de primer ciclo– fomentaba una visión hermética de los Cerp y estimulaba la percepción de que sólo se formaban profesores para el Plan 96. La práctica de segundo año en los Cerp es una innovación tan reciente como necesaria. Ésta se incorpora –junto con Didáctica– como respuesta a los planteos de los formadores y recoge, de algún modo, la tradición del IPA. El cambio, más que relevante desde una mirada interna constituida por actores institucionales comprometidos con el proyecto Cerp, se torna en un elemento adicional para la legitimación del proyecto ante las miradas externas, procedentes de los profesores del CES y UTU y de las asociaciones de profesores de cada asignatura. Por otra parte demuestra la flexibilidad institucional para ajustarse a las necesidades y corregir rumbos, en contraste con lo que sucede con la mayoría de las instituciones educativas.

La práctica docente para los estudiantes de segundo año es la primera oportunidad de contacto con la docencia directa para los aspirantes a profesores de los Centros Regionales de Profesores. Esta instancia debería cons-

tituirse en un mojon para confirmar su aspiración de concretar su preparación como docentes, de aprender de la experiencia de compartir el aula con un docente experimentado y bien calificado, y de comenzar a desarrollar sus destrezas como docente. La inclusión, simultáneamente, del curso de didáctica crea un ámbito potencialmente adecuado para la construcción de la personalidad docente del practicante donde se produce la confluencia de los saberes disciplinares y de la teoría de la educación, con la actividad de práctica docente. De este modo, el proceso estará signado por la convergencia simultánea de diferentes miradas que, menos que confundir al aprendiz, tienen que promover la reflexión como instrumento para el desarrollo de un docente autónomo.

Dentro de su historia personal es la primera vez que, el practicante, se encuentra en un aula con una perspectiva diferente a la construida desde su “oficio de estudiante”, pero con una representación del *deber* ser aún ingenua. El profesor Adscriptor y el profesor de didáctica, serán los acompañantes en el proceso, cuyo punto de partida, será el de hacer del practicante un observador inteligente. El discurso innovador, seña de identidad del proyecto Cerp, se confrontará –inevitablemente– con la práctica de los Adscriptores. La selección de estos profesores se realiza por las competencias evaluadas según los criterios del cuerpo inspectivo del Consejo de Educación Secundaria –informe de inspección– y con el requerimiento adicional de que revisten en el tercer grado del escalafón –más de ocho años de actuación. De esta forma, no se garantiza que éste haya continuado con su actualización ni que esté inmerso en el debate educativo actual, totalmente prescindible para un docente que trabaja en el plan 76.

Por otra parte, mientras la Reforma Educativa ha promovido la enseñanza por áreas, la concepción del plan 76 –que es una leve modificación del plan 41– es totalmente asignaturista, donde la organización de los programas se realiza predominantemente

¹⁷ PARRELLA Y BERRUTI, 2001, “Los problemas de los problemas”, Educación en Física, vol 6- nº5, pag 9 y sig.

desde una perspectiva disciplinar propedéutica. La evaluación en el segundo ciclo, por ejemplo, en la que predomina en examen tradicional, mantiene la impronta universitaria. En el escenario más probable, parece demasiado aventurado esperar encontrar un docente dispuesto a cambiar sus prácticas, permeable a las ideas innovadoras de practicantes. Estas condiciones hacen de la supervisión un desafío para "...trabajar en forma eficaz como parte de una tríada que incluye al aspirante, al supervisor y a los actores del centro educativo en el cual el aspirante realiza su práctica" (Díaz, 2004).

Sintéticamente, la práctica docente es el terreno en donde debe dirimirse un fuerte conflicto provocado por la convergencia de tres miradas diferentes y con sus respectivas representaciones: las previas del aprendiz; las del profesor Adscriptor; y las del profesor de Didáctica. Estas contradicciones podrían constituirse en antagonismos paralizantes, contribuir al desconcierto y a la perversión de los objetivos. Este último, debería asumir una actitud —una forma de supervisión— que facilite la resolución del conflicto de modo que promueva en el aprendiz, ante un escenario de esta naturaleza, la toma de decisiones conscientes como parte de la génesis de su propia formación.

Epílogo

La tarea de supervisión de aprendices es en sí una actividad compleja, con la multiplicidad de referencias y multidimensional y que, desde allí, la práctica es una fuente de tensiones (Moraes, 2004); éstas, según lo que se procuró mostrar en este trabajo, pueden constituirse en contradicciones sin un proceso de confrontación y reflexión. La concepción de la Teoría Crítica aparece como un discurso que procura colocar la confrontación en tales términos. Un modelo de supervisión de estudiantes que realizan la práctica docente puede ser el del mentorazgo (Díaz, 2004), pero se encontrará con una nueva fuente de tensiones dentro de la misma tríada; debería reflexionarse, en el contexto de la educación

en Uruguay, cómo incorporar a los ascriptores a una práctica verdaderamente profesional, con otros procedimientos de reclutamiento, selección, y actualización: la educación les exige demasiado, les brinda poco.

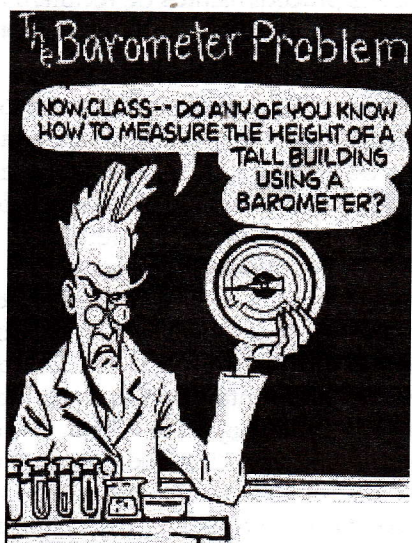
Finalmente, el proceso de construcción de las ciencias, está indisolublemente ligado a la evolución de cómo se produce y reproduce el conocimiento; el debate teórico no puede ser exclusivamente metafísico, está dentro del contexto de la educación con todas sus dimensiones. La *praxis*, concebida como un proceso dialéctico en donde confluyen práctica y teoría, donde los opuestos se complementan, entran en contradicción y lo viejo da lugar a lo nuevo. Una concepción de supervisión que procure incorporar al aprendiz a la reflexión, a condenar a la apodíctesis en cualquier discurso que se refiera a la ciencia y a la educación.

Para terminar, con Samaja, "...cuando las críticas de la posmodernidad contra la objetividad científica, no toman en cuenta la multidimensionalidad del concepto; la objetividad se enfrenta a la subjetividad sin matices en una relación de incompatibilidad cuya superación es imposible. En consecuencia, cualquier intento de salvar al saber humano de la enajenación cuantitativista comporta el abandono de la objetividad como criterio del saber, y la universalidad y necesidad como rasgos de ese saber.". Y, continúa: "... quedó al descubierto... un gravísimo dilema: si admitimos que el saber humano se debe regir por un criterio de verdad "objetivo" (análogo al de objetividad científica), concluimos con la exclusión del sujeto en la producción del conocimiento científico y de todas las cuestiones que realmente importan al ser Humano: el sentido de su existencia y la legitimidad de sus criterios valorativos. Si por el contrario, abandonamos la "objetividad" como núcleo del Saber social, entonces quedamos sin criterio para distribuir la razón en situaciones de conflicto; quedamos inermes frente a los actos criminales, la inhumanidad y las guerras."¹⁸

¹⁸ SAMAJA, Juan, "Epistemología y metodología", pág. 364, Eudeba, Argentina, 2001.

Curiosos Casos, Cosas Curiosas

THE BAROMETER PROBLEM



acordaron acudir a un árbitro imparcial, y me eligieron a mí. Acudí al despacho de mi colega y leí la pregunta del examen: "Demuestra como se puede determinar la altura de un edificio alto con la ayuda de un barómetro"

El estudiante había contestado: "Lleva un barómetro a lo alto del edificio, átale una cuerda larga, haz que el barómetro baje hasta la calle. Mide la longitud de cuerda necesaria. La longitud de la cuerda es la altura del edificio"

Hice notar que el estudiante realmente tenía derecho a una buena nota ya que había contestado a la pregunta correctamente. Por otra parte, si se le asignaba una buena nota contribuiría a que recibiese una buena calificación en su curso de física. Se supone que una buena calificación certifica competencia en física, pero la respuesta dada no se correspondía con eso. Sugerí entonces que se le diera al estudiante otra oportunidad para contestar a la pregunta. No me sorprendió que mi colega estuviese de acuerdo, sin embargo si lo hizo el que el alumno también lo estuviera.

Le di al estudiante seis minutos para responder a la pregunta con la advertencia de que la respuesta debía mostrar su conocimiento de la física. Al cabo de cinco minutos, no había escrito nada. Le pregunté si se daba por vencido, pero me contesto que no. Tenía muchas respuestas al problema; estaba buscando la mejor. Al minuto siguiente escribió corriendo su respuesta que decía lo siguiente: "Lleva el barómetro a lo alto del edificio y asómate sobre el borde del tejado. Deja caer el barómetro, midiendo el tiempo de caída con un cronómetro. Luego usando la fórmula $S = 1/2 at^2$, calcula la altura del edificio.

En este momento le pregunté a mi colega si se daba por vencido. Estuvo de acuerdo y le dio al estudiante la máxima nota. Al

El texto que aparece a continuación es un clásico. Circula por Internet en multitud de variantes. Apareció originalmente en la revista Saturday Review, el 21 de Diciembre de 1968. Su autor es un profesor americano de física llamado Alexander Calandra.

En realidad se dice que: "The earliest account of the «barometer» legend we've found so far comes from a 1958 Reader's Digest collection, and the tale is usually identified as being the invention of Dr. Alexander Calandra, who included a first-person account of it in a 1961 textbook (The Teaching of Elementary Science of Mathematics) and published it as an article in Saturday Review in 1968." La fuente original: <http://www.snopes.com/college/info/baromart.htm>

Angels on a Pin - A Modern Parable

Hace algún tiempo recibí una llamada de un colega que me pidió si podría arbitrar en la calificación de una pregunta de examen. Iba dar un cero a un estudiante por su respuesta a una pregunta de física, mientras que el estudiante afirmaba que debería recibir la máxima nota y así se haría si el sistema no se hubiera organizado en contra de los estudiantes: El profesor y el estudiante

salir del despacho de mi colega recordé que el estudiante había dicho que tenía otras muchas respuestas al problema, así que le pregunte cuáles eran. "Oh, sí," dijo el estudiante. "Hay muchas maneras de determinar la altura de un edificio alto con un barómetro. Por ejemplo, coges el barómetro en un día soleado y mides la altura del barómetro, la longitud de su sombra, y la longitud de la sombra del edificio; luego usando una simple proporción, determinas la altura del edificio."

"Excelente," le respondí. "¿Y las otras?" "Sí," dijo el estudiante. "Hay un método muy simple que le gustará. En este método se toma el barómetro y se comienza a subir las escaleras. A medida que se van subiendo las escaleras, se marca la longitud del barómetro a lo largo de la pared. Luego se cuenta el número de marcas y esto dará la altura del edificio en unidades barómetro. Un método muy directo." "Desde luego, si quiere un método más sofisticado, puede atar el barómetro al final de una cuerda, balancearlo como un péndulo; con él determina el valor de 'g' a nivel del suelo y en

la parte superior del edificio. De la diferencia entre los dos valores de 'g' se puede calcular la altura del edificio."

Finalmente, concluyó, "hay muchas otras formas de resolver el problema. Probablemente la mejor," dijo, "es llamar en la portería. Cuando abra el portero, le dices lo siguiente: "Sr. portero, aquí tengo un barómetro excelente. Se lo daré, si me dice la altura de este edificio."

En este momento le pregunté al estudiante si conocía la respuesta convencional a la pregunta. Reconoció que sí, dijo que estaba harto de que los profesores del instituto y de la facultad trataran de enseñarle como tenía que pensar, usando el "método científico," y a explorar la lógica profunda de la materia de una manera pedante, como se hace a menudo en física, en lugar de enseñarle la estructura de la materia. Teniendo esto presente, decidió recuperar el escolasticismo como un asunto académico para desafiar las atemorizadas aulas de América. (by Alexander Calandra; Saturday Review; December 21, 1968)

• • •

Galileo's Finger (Middle Finger of Galileo's Right Hand)

Galileo's finger is on display at the Museo di Storia del Scienza in Italy. The finger was detached from Galileo's body by Anton Francesco Gori (Florence, 1691-1757, literate and antiquary) on 12 March 1737 when Galileo's remains were transferred from a small closet next to the chapel of Saints Cosmas and Damian to the main body of the church of Santa Croce where a mausoleum had been built by Vincenzo Viviani. Subsequently the finger was acquired by Angelo M. Bandini, the librarian of the Biblioteca Laurenziana and was exhibited for a long period in this library. Then, in 1841, it was brought to the Tribuna di Galileo, which had just been opened



©IMSS- Firenze

in the Museo di Fisica e Storia Naturale on the via Romana. Along with the instruments of the Medici and Lorraine dynasties, it eventually became the property of the Museo di Storia del la Scienza.

For more information on the finger and other Galileo's artifacts, see the Institute and Museum of the History of Science Home Page in Florence, Italy. (*citada en la sección WEB de la presente*). Comentarios sobran, pero agregamos lo que siga.

Sin intenciones de recomendar o comentarlo, existe un libro de título homónimo de Peter Atkins, donde según opiniones "se reúnen 10 de las grandes ideas de la ciencia. «El dedo de Galileo» es un recorrido por los vericuetos de la ciencia, desde la evo-

lución y aparición de la complejidad, hasta la entropía y el surgimiento de todos los cambios del universo. Desde la energía y la universalización de la contabilidad, hasta la simetría y la cuantificación de la belleza. Desde la cosmología y la globalización de la realidad, hasta el escenario de todos los acontecimientos: el espacio-tiempo.

El dedo de Galileo representa ese nebuloso concepto que denominamos «método científico». Este método, asombrosamente capaz de desentrañar la verdad, tiene la virtud de alejar a la ciencia de su principal rival, la especulación infundada."

(El dedo de Galileo. Las diez grandes ideas de la Ciencia - Peter Atkins - Editorial Espasa)

FÍSICA DEL HUMOR (II)

Una asociación de ganaderos quiere conseguir mejorar una raza de vacas para que den mas leche, y reúnen a varios científicos y los asignan en grupos independientes para que busquen varias soluciones, y luego adoptar la de mayor rendimiento.

Al cabo de un plazo preestablecido, empiezan a leer los resultados.

- Unos criadores de ganado proponen un plan de cruzamientos, y basándose en experiencias anteriores se comprometen a lograr una mejora del 3%.

- El grupo de ingenieros genéticos propone introducir ciertos genes que deberían mejorar la productividad un 10%.

..._Un equipo de veterinarios propone unas modificaciones en los establos que harían que las vacas fuesen más felices, y producirían un 2% mas de leche, que habría que sumar a las anteriores mejoras.

- Otro equipo propone un cambio de dieta que mejoraría el rendimiento en un 7%, otros quieren suministrar hormonas a las vacas para subir un 8%.

- Entonces aparece el equipo de los físicos, que dicen que son capaces de mejorar la producción en un 500%. Todo el mundo se pone muy contento, y se apresuran a leer el proyecto, que comienza: «Suponiendo, en primera aproximación, la vaca como una masa esférica...»

Variente escueta: Cómo calcular el volumen de una vaca:

Ingeniero: Metemos la vaca dentro de una gran cuba de agua y la diferencia de volumen es el de la vaca.

Matemático: Parametrizamos la superficie de la vaca y se calcula el volumen mediante una integral triple.

Físico: Supongamos que la vaca es esférica...

MEDIDA DE PERÍODOS EN MOVIMIENTOS OSCILATORIOS

Prof. Daniel Baccino

... ¿Qué es el tiempo? Hace muchos siglos, san Agustín de Hipona, uno de los pensadores más influyentes del mundo acerca de la naturaleza del tiempo, dio una respuesta perspicaz, aunque enigmática, a esta pregunta: “

Si nadie me pregunta, yo lo sé; pero si cualquier Persona me pidiera que se lo diga, no puedo hacerlo ”¹

Generalidades

Dentro de las magnitudes que podemos definir en los Laboratorios de Física de Secundaria, incluimos a los intervalos de tiempo. Poder hacerlo con resoluciones del orden de las décimas de milisegundo es posible desde que se han popularizado las interfaces.

Esta posibilidad permite plantearse objetivos que en otros tiempos eran impracticables, como se ha mostrado en distintos trabajos. Pensemos en algunos instrumentos que utilizamos para medir intervalos de tiempo: metrónomos, cronómetros de arranque y parada manual, registradores electromecánicos (timers), estroboscopios, osciloscopios² adecuadamente complemen-

tados con “osciladores”. En la amplia mayoría de estas situaciones no es posible alcanzar resoluciones del orden de las mencionadas.

Planteamos aquí bosquejos de actividades experimentales que podrían realizarse en los cursos prácticos de bachillerato. El primer ejemplo trata sobre la medida del período de un péndulo simple. El segundo trata de la medida del período de la oscilación de una regla metálica, “empotrada” en uno de sus extremos. No es intención de este trabajo plantear un desarrollo detallado, sino exponer algunas ideas primarias a las que habrá que darles forma, si resultan de interés.

Período de un péndulo simple, oscilando con amplitud «pequeña». La propuesta implica usar un sensor óptico para controlar el arranque y la parada del cronómetro de una interface³ y el hilo del péndulo como barre-

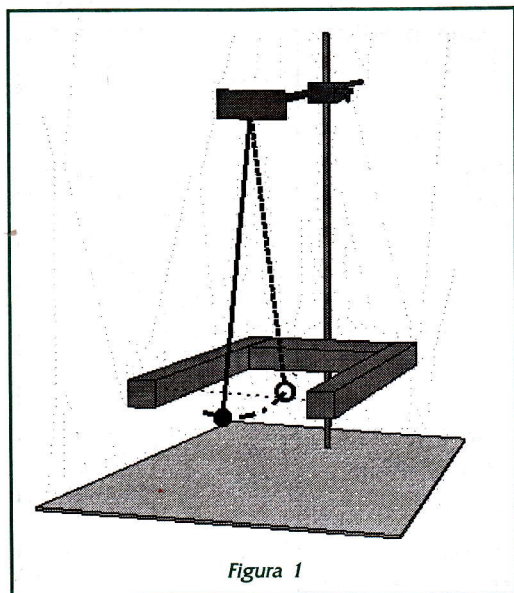
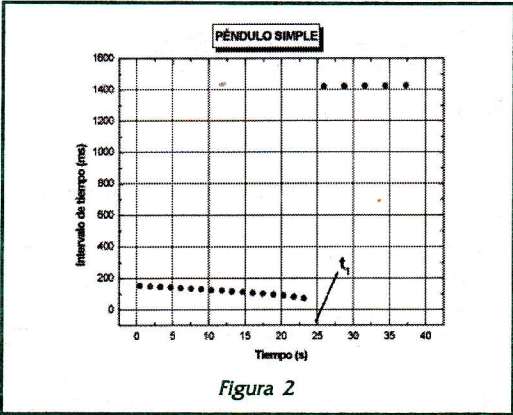


Figura 1

¹ Tomado de: Sobre el tiempo, la revolución inacabada de Einstein. Paul Davies. Drakontos – Crítica. Barcelona. 1996.

² Es un instrumento que ha caído en desuso, quizás debido a la atención que ha generado la interface. Parecería importante, cuando sea posible, equilibrar el uso de instrumentos de medida, de manera que el osciloscopio se maneje en los casos en los que tenga ventajas respecto a aquella.

³ Si bien no es la única; ni, seguramente, la de mejor calidad de las que se encuentran en plaza, la interface ‘cassy’ es la más extendida, por lo menos en los liceos públicos. Además, las medidas que presentamos aquí fueron obtenidas en el Laboratorio de Física del Liceo N° 10 con ese instrumento.



ra opaca. La ubicación relativa del sensor debe ser tal que cuando el péndulo está en reposo permanente, el hilo no lo obstaculice. Se muestra un esquema en la Figura 1.

Si programamos al instrumento para que mida intervalos de tiempo (dt) y tiempos (t), tendremos la posibilidad de determinar el período “unitariamente”. Hemos hecho las medidas utilizando la configuración de arranque y parada, para la medida de dt , que se define por omisión. Queda pendiente el análisis de la conveniencia de estas opciones u otras. Este planteo se diferencia de «una versión clásica» en la que **se asumía a priori la periodicidad**, y para atender exigencias de precisión medimos un intervalo de tiempo asociado a un número N suficientemente grande de oscilaciones.

Al alejar al péndulo de su posición de equilibrio una longitud “pequeña”, dejarlo en libertad y poner en marcha el cronómetro, seguramente obtendremos al principio intervalos de tiempo que **no corresponden** al período. A medida que transcurre el tiempo (t) la amplitud de la oscilación disminuye, de manera que en el entorno de cierto instante (llamémoslo t_1) los intervalos de tiempo toman valores netamente diferentes a los que venían teniendo. Esto ocurre cuando en el «lugar de retorno» de la lenteja el hilo queda frente al sensor. De este modo los intervalos de tiempo que se medirán a continuación serán buenas aproximaciones al valor del período del péndulo. Obviamente, cuando la amplitud decae por debajo de cierto valor el

instrumento deja de medir dt . Cuando observamos el gráfico de la Figura 2 o la tabla correspondiente en la Figura 3 en el sentido de los t crecientes, vemos que los intervalos dt cambian (en este ejemplo disminuyen) hasta el instante t_1 ; desde allí en adelante se obtienen valores que podríamos considerar similares entre sí. Además, observamos que el “espaciamiento temporal” de los puntos anteriores a t_1 es diferente (menor) al que ocurre luego de dicho instante; otro argumento para complementar la explicación y analizar el significado del arranque y la parada del instrumento.

Este análisis, que podría ser interesante realizar con los alumnos, puede llevarnos a visualizar que la cantidad que comienza a medirse luego del instante t_1 es relevante debido a su constancia, por lo menos en primera aproximación.

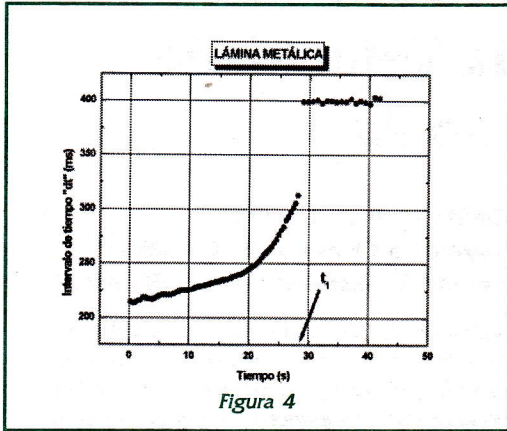
La discusión de un modelo que interprete porqué esos valores pueden ser buenas aproximaciones al período del movimiento nos permitirá decidir como determinarlo (utilizando a todo el conjunto de datos de “ dt ” posteriores a t_1 , o eligiendo a un subconjunto de ellos por razones físicamente válidas).

El valor del período podría utilizarse para determinar la “aceleración g ” en el lugar, con la sola medida adicional de la longitud del péndulo (en este ejemplo concreto su valor es 50 cm). Podría incluso evaluarse dicha cantidad para longitudes diferentes, recreando alguna de las actividades experimentales “clásicas” mencionadas.

Es bueno resaltar que en las

n	t [s]	dt [ms]
*****	*****	*****
1	0,48	153,08
2	1,90	149,26
3	3,32	145,86
4	4,74	142,56
5	6,16	138,59
6	7,58	134,48
7	8,99	130,22
8	10,41	125,91
9	11,83	121,59
10	13,25	117,08
11	14,67	112,27
12	16,08	107,05
13	17,50	101,48
14	18,91	95,61
15	20,33	89,03
16	21,74	81,36
17	23,16	72,13
18	25,93	1422,85
19	28,78	1423,24
20	31,63	1423,80
21	34,47	1424,46
22	37,33	1426,87

Figura 2



medidas que hemos realizado, observamos que los valores del período obtenidos difieren entre sí en un orden decimal anterior a la centésima de milisegundo medida por el instrumento. Es probable que los resultados puedan mejorarse.

Período de oscilación de una lámina “empotrada”.

En esencia el procedimiento es el mismo que en el ejemplo anterior. Concretamente, utilizamos una regla metálica de dimensiones aproximadas (50 x 2 x 0.03) cm que es parte del equipo Leybold.

Se la ubicó verticalmente **Inmovilizándolo su extremo superior** y se colocó adecuadamente el sensor óptico cerca de su extremo inferior, de manera que cuando la regla está en reposo permanente respecto al sensor, no lo obstaculice. Se produjo la oscilación desplazando levemente el extremo inferior en una dirección normal al plano

n	t [s]	dt [ms]
68	26,95	297,48
69	27,34	301,41
70	27,74	305,61
71	28,14	312,75
72	28,94	399,36
73	29,74	399,35
74	30,54	399,59
75	31,34	400,79
76	32,14	397,96
77	32,94	400,24
78	33,74	399,96
79	34,54	399,09
80	35,34	399,76
81	36,14	399,34
82	36,94	401,76
83	37,74	398,03
84	38,54	400,16
85	39,34	398,94

de la regla, y dejándolo en libertad.

Los resultados de las medidas tomadas de «t» y «dt» para una longitud fija, son cualitativamente similares a los obtenidos para el

caso del péndulo simple, como se observa en las Figuras 4 y 5 (en esta última se muestran solamente los últimos datos). Podría analizarse con los alumnos el porqué puede darse (como en este caso) una tendencia al aumento de los valores de «dt» correspondientes a «t» menores que t_1 .

Se observa en la tabla de la Figura 5, que los intervalos de tiempo que pueden considerarse aproximaciones al período son del orden de las décimas de segundo, y están medidos con tres cifras significativas. Si bien es claro que no se han aprovechado al máximo las posibilidades del instrumento de medida, parece rescatable que se pueda obtener valores de ese orden de magnitud con esa cantidad de cifras significativas.

Si se realizan medidas del período T para diferentes longitudes libres L de la regla, eventualmente, podría analizarse la vinculación entre ellos.

Modelar dichos resultados podría ser un paso previo o posterior al trabajo experimental, que nos lleve hacia el estudio del comportamiento de los sólidos, sus deformaciones, sus propiedades elásticas, etc. Quizás una profundización en estas cuestiones nos permita desarrollar en nuestros cursos algunos puntos que habitualmente no tratamos. Para ampliar este particular se pueden revisar las Referencias 4 y 5.

Referencias

1. Díaz, Jorge, y Pecard, Raul; 1973; Física Experimental (Tomo I); Kapelus; Montevideo.
2. Gil, S. y Rodríguez, E.; 2001; Física re-Creativa; Prentice Hall, Buenos Aires.
3. Watson, W.; Prácticas de Física; 1939; Labor S.A.; Buenos Aires.
4. Martínez, Patricia y Azuaga, Marcelo; 1997; “Medición del módulo de elasticidad de Young”; en www.fisicarecreativa.com
5. Arrufat, Francisco Tomás, Novick, Uriel Sebastián, Frigerio, María Paz, Sardelli, Gastón; 2001; “Determinación de Módulos de Young”, en www.fisicarecreativa.com
6. Péndulo Simple (Práctico 3); Curso Laboratorio 1, Instituto de Física; Facultad de Ingeniería; Universidad de la República; 2002; en <http://www.fing.edu.uy/ensinv/inst.htm>

Software “VSOM”: Determinação da Velocidade do Som no Ar

Wilton Pereira da Silva *, **Cleide M. D. P. S. e Silva**

Diogo D. P. S. e Silva**, **Ivomar Brito Soares**** e **Cleiton D. P. S. e Silva*****

Departamento de Física, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil

Este artigo visa divulgar o desenvolvimento do software “VSOM”, freeware, que possibilita a realização de um experimento caseiro para a determinação da velocidade do som no ar. Para tal, o software gera áudios em frequências estabelecidas pelo usuário, e também disponibiliza os necessários roteiros experimentais para o ensino secundário e superior. Os roteiros propõem a utilização de materiais simples, encontrados na maioria das residências. O experimento proposto foi realizado por diversos alunos, em suas próprias casas, e os resultados obtidos para a velocidade do som concordam com os valores esperados.

I – Introdução

Há muitos séculos já se estuda a natureza do som e, em particular, a sua forma de propagação. Existem inúmeras montagens experimentais com o objetivo de determinar a velocidade das ondas sonoras em vários meios, inclusive no ar.

A maioria dos livros-textos de Física apresenta formas simples para a determinação experimental da velocidade do som. Dentre essas formas pode-se destacar a montagem esquemática mostrada na Fig. 1 (veja, por exemplo, as referências [1], [2] e [3]).

A montagem da Fig. 1 consiste de um tubo flexível em U, parcialmente preenchido com água, e de um diapasão que vibra em determinada frequência, próximo do ramo do tubo que contém uma coluna de ar, na parte superior. A variação do comprimento da coluna de ar é obtida pela modificação na altura do outro ramo do tubo em U, que contém um reservatório de água. Assim, através do som produzido pela vibração do diapasão (ou de um gerador de áudio) numa

determinada frequência, é possível variar o comprimento da coluna de ar até um valor tal que a ressonância seja atingida, devido à reflexão das ondas na superfície líquida (interface ar-água). Observando que tal coluna de ar constitui um caso clássico de tubo com uma extremidade aberta e outra fechada, pode-se determinar a velocidade do som no ar através de contas simples.

Nos últimos anos, com a popularização dos microcomputadores, têm surgido várias propostas de montagens para a determinação da velocidade do som (veja, por exemplo, [4] e [5]). Tais montagens envolvem não só o micro, em si, mas também circuitos eletrônicos com alto-falante e outros componentes, como o osciloscópio.

Qualquer que seja o tipo de montagem para a determinação da velocidade do som no ar, sente-se a necessidade do “ambiente do laboratório”. No caso clássico, por mais simples que seja a montagem, deve haver a disponibilidade de tubos, mangueira, reservatório de água (funil), cola e um conjunto de diapasões ou um gerador de áudio, além de uma haste universal para suporte. Apesar da montagem não requerer mão de obra especializada, é possível que muitos laboratórios de ensino de muitas universidades (e de escolas de nível secundário)

* wiltonps@uol.com.br

** Bolsistas do projeto “Aperfeiçoamento de Professores no Ensino de Física”, UFCG

*** Engenharia Eletrônica, Instituto Tecnológico da Aeronáutica, S. J. Campos, SP, Brasil

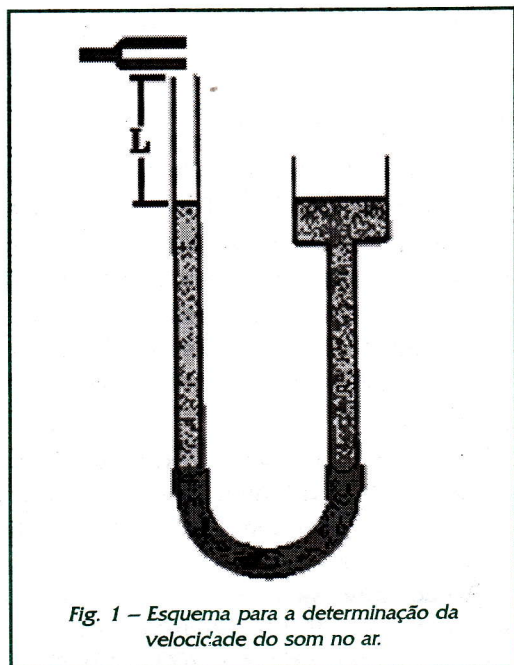


Fig. 1 – Esquema para a determinação da velocidade do som no ar.

não disponham de alguns dos equipamentos necessários para a realização imediata do experimento. Já a determinação da velocidade do som com a utilização de um micro associado a circuitos eletrônicos requer, além de uma mão de obra mais especializada para as montagens, de alguns equipamentos que também podem não estar disponíveis.

O propósito deste artigo é aliar uma das formas clássicas de determinação da velocidade do som no ar, que é a detecção de ressonâncias em um tubo, com um pro-



Fig. 2 – Montagem experimental proposta. O áudio é gerado por um programa de computador.

grama de computador que dispensa a utilização de um conjunto de diapasões, e também a parafernália eletrônica. Como consequência deste propósito, supõe-se que o interessado possa realizar o experimento em sua própria casa sem, contudo, renunciar ao necessário rigor em seus resultados.

II – O Experimento

A proposta experimental ressalta três requisitos básicos, a seguir detalhados.

II.1 – A montagem experimental

A montagem experimental é mostrada na Fig. 2, e consiste em um balde com água, no qual é introduzido um cano de PVC [6]. Dessa forma, o comprimento da coluna de ar pode ser variado de forma simples, o que possibilita detectar facilmente pontos de ressonância. Essa proposta experimental elimina vários inconvenientes da montagem clássica que envolve tubos, mangueira flexível e reservatório de água, conectados conforme a Fig. 1, e suportados por uma haste universal.

II.2 – A Geração de áudio

Para substituir o conjunto de diapasões (ou o equipamento eletrônico gerador de áudio), pensou-se, inicialmente, na gravação de uma fita cassete. Mas obviamente a distribuição desta fita aos interessados não seria muito prática devido, primeiro, à necessidade do pedido formal desta fita e, segundo, devido ao inconveniente de sua remessa via correio, o que teria um certo custo, além da natural demora no transporte e mesmo possíveis danos. A alternativa para eliminar todos estes inconvenientes foi o desenvolvimento de um programa de computador. Naturalmente, o programa não elimina a possibilidade da gravação de uma fita cassete por parte de interessados, e sim facilita: um professor que tenha feito o download de tal programa pode gravar as frequências e repassá-las àqueles alunos que

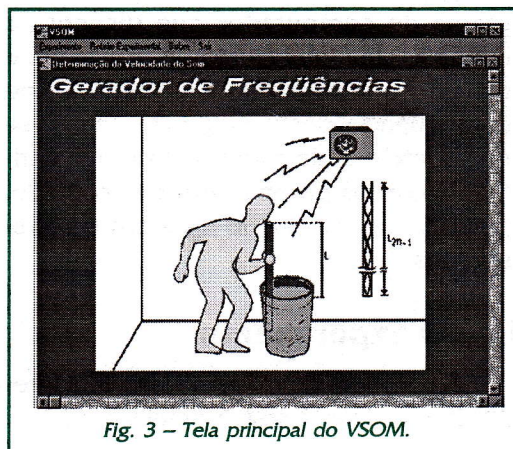


Fig. 3 – Tela principal do VSOM.

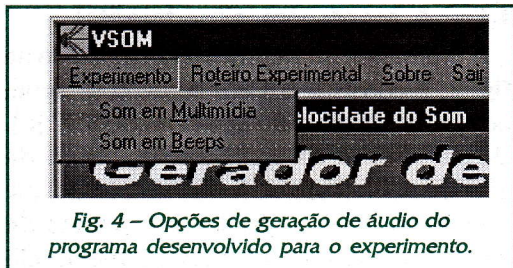


Fig. 4 – Opções de geração de áudio do programa desenvolvido para o experimento.

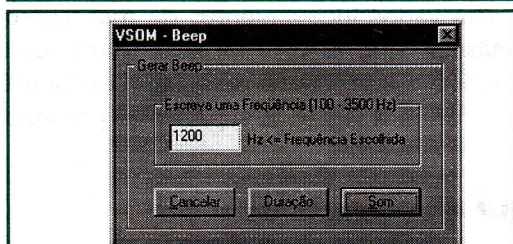


Fig. 5 – Caixa de diálogo do VSOM para geração de áudio (beeps) na frequência estipulada pelo usuário.

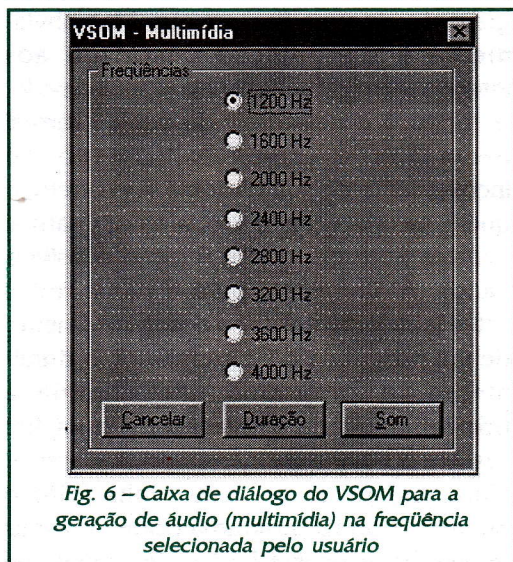


Fig. 6 – Caixa de diálogo do VSOM para a geração de áudio (multimídia) na frequência selecionada pelo usuário

não dispõem de um micro em suas casas. O software desenvolvido foi denominado "VSOM" [7], e é um "freeware" cuja tela principal é mostrada na Fig. 3.

O "VSOM" dispõe de duas opções para a geração de áudio, conforme mostra a Fig. 4.

Uma das opções disponíveis pode ser útil em micros que não possuem kit multimídia: os sons podem ser gerados por "beeps", na frequência indicada pelo usuário, como pode ser visto na caixa de diálogo mostrada na Fig. 5.

Como em alguns micros a potência sonora de beeps não é satisfatória para a realização do experimento, outra alternativa foi a de disponibilizar um conjunto de 8 arquivos com extensão "wav", gerados com a utilização do software TTG [8]. Os arquivos produzem áudios nas frequências de 1200, 1600, 2000, 2400, 2800, 3200, 3600 e 4000 Hz. Tais arquivos são executados a partir da caixa de diálogo mostrada na Fig. 6.

II.3 – Roteiros experimentais

A forma de realização da experiência é detalhada através de roteiros experimentais disponíveis no menu "Roteiro Experimental", que pode ser visto na Fig. 7.

Como os arquivos com os roteiros são de extensão hlp (arquivos de ajuda, tipo "leitura somente"), há a possibilidade de impressão de tais roteiros, se o usuário julgar adequado. Nestes roteiros é indicada a forma de realização do experimento e é dada uma sugestão para a elaboração do relatório. No roteiro para o ensino superior, na parte dedicada à elaboração do relatório, o aluno é provocado a refletir sobre a dedução de uma expressão que possibilita a determinação da velocidade do som no ar, a partir dos dados experimentais. Além disso, o aluno é provocado, também, a deduzir uma expressão para velocidade do som em qualquer meio, seguido de uma particularização dessa expressão para o ar.

Conclusões

O experimento foi realizado, a pedido de seus criadores, por vários alunos, em suas próprias casas, após o download do software "VSOM", segundo os roteiros experimentais disponíveis. Os resultados obtidos foram considerados satisfatórios, com erros inferiores a 5%, em relação ao valor teórico esperado. Isto reforça o propósito do software, que é o de disponibilizar uma forma prática e simples para a determinação da velocidade do som no ar. Por "simples", deve-se entender a realização do experimento sem grandes dificuldades, seja no acesso aos materiais e roteiros, ou ainda com relação à montagem e obtenção dos dados ou mesmo quanto ao tratamento de tais dados sem, contudo, abrir mão de bons resultados.

Por último, há que ressaltar que os roteiros experimentais propostos possibilitam uma boa revisão sobre propagação de ondas em meios mecânicos o que, em si, já é um subproduto positivo dos objetivos delineados, embora não tenha sido enfatizado na proposta experimental.

Refêrências

- [1] Tipler, Paul A. Física, V.2, LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., Rio de Janeiro, 3ª Edição (1995), pág. 152
- [2] Halliday, David e Resnick, Robert, Física, Vol. 1-2, LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., Rio de Janeiro (1977), pág. 569
- [3] Silva, Wilton P. e Silva, Cleide M. D. P. S., Mecânica Experimental para Fisicos e Engenheiros, Ed. Universitária, João Pessoa (2000), pág. 279
- [4] Barbeta, Vagner B. e Marzzulli, Cláudia R., Rev. Bras. Ens. Fis., 22, 447 (2000)
- [5] Worland, R. S. e Wilson, D. D., Phys. Teach., 37, 53 (1999)
- [6] Silva, W. P., et al., Rev. Bras. Ens. Fis., 25, 74 (2003)
- [7] S.oftware VSOM:
<http://us.share.geocities.com/pextensao/Vsom.zip> ou www.extensao.hpg.com.br
- [8] Software Test Tone Generator (TTG):
www.esser.u-net.com/ttg.htm

EDICIONES



*Un proyecto
editorial
al servicio
de estudiantes
y autores uruguayos.*

**HISTORIA - MATEMÁTICA
LITERATURA - FILOSOFÍA
CIENCIAS SOCIALES - ECOLOGÍA
ADMINISTRACIÓN - DERECHO
FÍSICA - QUÍMICA**

**Descuentos especiales para
estudiantes y docentes**

Mercedes 1786 - 11200 Montevideo
Telefax: 408 6985 - E-mail: edideas@adinet.com.uy

**Solicite
Catálogo**

E s p a c i o d e A . P . F . U .

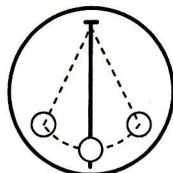
Estimados Compañeros:

Llegando a nuestro próximo encuentro anual queremos aprovechar el espacio en la revista para comentarles algunas novedades sobre la marcha de nuestra asociación.

1-Sobre el encuentro:

Llegamos al VII Encuentro internacional, XIV Encuentro nacional de profesores de Física, este encuentro se realiza con una excelente participación de mas de doscientos profesores, diez talleres, (seis de ellos internacionales), conferencias dictadas por destacados profesionales, ponencias y posters.

**Asociación de
Profesores
de Física**



del Uruguay

2- Sobre la relación de APFU con otras instituciones

Se han estrechado los lazos con la Sociedad Uruguaya de Física S.U.F con quienes se organizaron las Olimpiadas Nacionales de Física 2004 para seleccionar los jóvenes que viajarán Brasil a competir en las Olimpiadas Iberoamericanas.

Participamos como invitados en el encuentro anual de la S.U.F donde asistieron dos compañeros de directiva. Contamos con varios socios de la S.U.F. que participan en nuestro encuentro en las distintas modalidades. Nos proponemos continuar en este camino que conduce a integrarnos con los físicos de nuestro país.

3- Sobre la posición de APFU en temas de la Educación

Hemos citado a una asamblea extraordinaria para tratar el tema del concurso de efectividad en Secundaria y UTU. Dicha asamblea se realizó el sábado 10 de julio de 2004 y contó con la asistencia mas de 70 socios. Muchos compañeros que no pudieron asistir pudieron hacer oír su opinión enviando mail a la asociación. Todos los mail fueron leídos al comienzo de la asamblea. Se transcribe la resolución:

Montevideo, 12 de julio de 2004

La Asociación de Profesores de Física reunida en asamblea el 10 de julio de 2004 resuelve librar a la opinión pública el siguiente comunicado de prensa relativo al concurso para adquirir derecho a efectividad para docentes interinos que se está realizando actualmente:

"La A.P.F.U entiende que la formación sistemática de Profesores debe ser el camino para el ingreso a la carrera docente

En el presente, cuando no existe aún un sistema único Nacional de Formación Docente y los egresados de lo Centros de Formación Docente, especialmente el I.P.A, no son suficientes para cubrir las horas de clase, ve en el concurso de oposición y méritos entre interinos no egresados un camino legítimo para resolver simultáneamente la estabilidad laboral de quienes dan clase y el nivel educativo en enseñanza secundaria.

Los concursos entre interinos no egresados, que en ningún caso pueden ser equivalentes al título de docente, deben evaluar los conocimientos de la asignatura, de elementos pedagógicos esenciales y la capacidad para desempeñarse en clase.

El concurso en desarrollo no satisface los extremos anteriores puesto que no prevé evaluación pedagógica alguna y que un puntaje de inspección, prueba en el mejor de los casos de buen desempeño en una clase particular, sustituye, para algunos, la prueba de conocimientos.

A los elementos negativos del reglamento se suman las improvisaciones, marchas y contramarchas y falta de transparencia por parte de las autoridades en el proceso de ejecución del concurso."

Asociación de Profesores de Física del Uruguay

4 -Charlas sobre temas de Física.

Se realizaron una serie de charlas (18 horas en total) dictadas por el profesor Carlos Zamalvide en el local de la asociación con el titulo: «Charlas alrededor del tema Caos» .

Esta actividad contó con un numero de compañeros limitado únicamente por el espacio físico del local, sabemos que hay muchos más interesados en escuchar estas charlas y el profesor se ha ofrecido a repetirlas en un futuro próximo.

5-Ciclo de conferencias en temas de Física y Didáctica

Recogiendo la inquietud de algunos compañeros se han organizado junto a la inspección de física de UTU un conjunto de conferencias sobre temas de Física y Didáctica.

El sistema de teleconferencia permitió llegar simultáneamente a todas las capitales del país donde lo solicitaron docentes de física interesados en participar.

Queremos agradecer especialmente a Jorge Griego, Cecilia Cabeza de la UDELAR y Alicia Acland de IPA. por dictar las conferencias y por su constante colaboración con la Asociación.

También al personal de UTU por su muy buena voluntad y en especial a la Inspectora Andrea Cabot por su constante apoyo.

6-Sobre la redacción de la revista:

Se ha formado en agosto 2004 un consejo de redacción de la revista integrado por cinco miembros, dos de directiva, el redactor responsable y dos profesores invitados. Nos complace informar que el profesor Carlos Zamalvide y el profesor Mario Guerra han aceptado la invitación y les agradecemos especialmente integrar el consejo.

7- Administrativas...

El numero de socios de APFU continua creciendo es especial con las nuevas generaciones de profesores.

Se ha depurado el padrón y se ha conseguido el descuento automático por UTU.

De cualquier forma si a usted no le cobramos o no recibe material por favor envíe un mail a la Asociación para solucionar el problema.

Todas las actividades anteriores fueron posibles gracias a la colaboración honoraria de las personas involucradas.

Gracias a todos

Comisión Directiva



LA FÍSICA DE LA MÚSICA

Stello Hanlotis – Ismael Núñez

In memoriam Lucía Terra

(I) La física de los instrumentos musicales

Introducción

Se dice que Pitágoras descubrió que cuando se hace sonar a la vez dos cuerdas similares bajo la misma tensión y diferentes sólo en longitud, dan un efecto que es agradable al oído si las longitudes de las cuerdas están en proporción de dos números enteros pequeños. Si las longitudes están como uno a dos, corresponden entonces a la octava musical. Si las longitudes están como dos a tres corresponden al intervalo entre el Do y el Sol, que se llama una quinta. Estos intervalos se aceptan generalmente como acordes que suenan “agradables”.

Este descubrimiento fue quizá el primer ejemplo, fuera de la geometría, de una relación numérica en la naturaleza. Pitágoras se impresionó tanto con este descubrimiento que lo hizo la base de una escuela (los pitagóricos) que tuvo creencias místicas en los poderes de los números. La idea se extendió a que había una relación numérica a entre las órbitas de los planetas o entre otras cosas de la naturaleza. Hasta hoy nos llega a veces la expresión : *la música de las esferas*.

La búsqueda de la unidad subyacente en la naturaleza, mediante relaciones matemáticas, continúa hasta hoy.

Otro aspecto interesante del descubrimiento de Pitágoras es cuestionarse porque dos notas suenan *agradables al oído* y porque otras dos notas no. Este aspecto tiene que ver con la estética musical y aun es un tema de discusión.

Introduciremos aquí la teoría que nos permite modelar con buena precisión el problema (al menos el matemático) de los sistemas vibrantes con pequeña amplitud. Estos pue-

den ser cuerdas, membranas o vibraciones en un tubo. Es decir, nos permitirá obtener una modelo físico, de la esencia de la mayoría de los instrumentos musicales.

Series de Fourier

Expondremos aquí, sin demostración, los principales resultados acerca del desarrollo de Fourier de funciones periódicas. Los interesados en las demostraciones de los resultados pueden consultar las referencias.

Resultado 1

Sea f una función continua por partes de período T que está definida para todo t . Entonces f se puede expresar mediante la

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2n\pi t}{T} + b_n \sin \frac{2n\pi t}{T} \right) \quad (1)$$

siguiente serie infinita:

Donde los coeficientes a_0 , a_n y b_n están dados por:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos \frac{2n\pi t}{T} dt \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin \frac{2n\pi t}{T} dt \end{aligned} \quad (2)$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt$$

Resultado 2

La serie (1) se denomina *serie de Fourier* de f y los coeficientes a_n y b_n *coeficientes de Fourier* de f . El coeficiente $a_0/2$ es el promedio temporal de f en un periodo.

Las integrales (2) se pueden evaluar en cualquier otro intervalo de longitud T . Por ejemplo:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos \frac{2n\pi t}{T} dt \quad (3)$$

y

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin \frac{2n\pi t}{T} dt$$

El siguiente ejemplo ilustra la idea del desarrollo en serie y de cómo podemos aproximar la función truncando la serie.

Consideremos la función periódica definida por:

$$f(t) = \begin{cases} -1, & -\frac{T}{2} < t < 0 \\ 1, & 0 < t < \frac{T}{2} \end{cases}$$

$$y \quad f(t+T) = f(t).$$

Hallaremos el desarrollo en serie de Fourier para esta función cuya gráfica se representa en la figura 1.

Definamos la frecuencia (angular) fundamental como

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

, y de acuerdo a las ecuaciones (2) tenemos,

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt = \\ &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^0 -\cos(n\omega_0 t) dt + \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \cos(n\omega_0 t) dt = \\ &= \frac{2}{T} \left(\frac{-1}{n\omega_0} \sin n\omega_0 t \Big|_{-\frac{T}{2}}^0 + \frac{1}{n\omega_0} \sin n\omega_0 t \Big|_0^{\frac{T}{2}} \right) = \\ &= \frac{2}{T} \left(\frac{-1}{n\omega_0} (\sin 0 - \sin(-n\pi)) + \frac{1}{n\omega_0} (\sin(n\pi) - \sin 0) \right) \end{aligned}$$

$$\forall n \neq 0$$

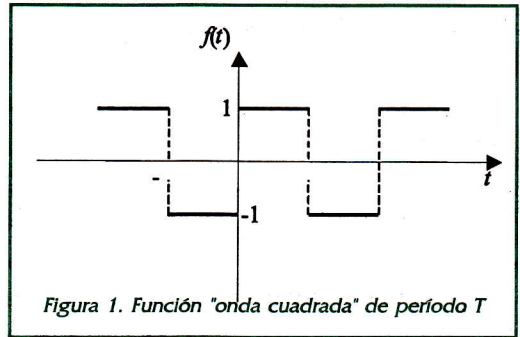


Figura 1. Función "onda cuadrada" de período T

Para $n=0$ tenemos

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt = 0$$

ya que el valor promedio de f durante un periodo es cero.

Para los coeficientes b_n tenemos, de acuerdo a las ecuaciones (2),

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt = \\ &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^0 -\sin(n\omega_0 t) dt + \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin(n\omega_0 t) dt = \\ &= \frac{2}{T} \left(\frac{1}{n\omega_0} \cos n\omega_0 t \Big|_{-\frac{T}{2}}^0 + \frac{-1}{n\omega_0} \cos n\omega_0 t \Big|_0^{\frac{T}{2}} \right) = \\ &= \frac{2}{n\omega_0 T} ((1 - \cos(-n\pi)) - (\cos(n\pi) - 1)) = \\ &= \frac{2}{n\pi} (1 - \cos n\pi) \quad \forall n, n \neq 0 \end{aligned}$$

Puesto que $\cos n\pi = (-1)^n$,

$$b_n = \begin{cases} 0, & n \text{ par} \\ \frac{4}{n\pi}, & n \text{ impar} \end{cases}$$

por lo tanto

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n \text{ impar}} \frac{1}{n} \sin n\omega_0 t \quad (4)$$

Como la función $f(t)$ es impar (es decir $f(t) = -f(-t)$) es lógico que tenga un desarrollo en serie de senos. Cuando f es una

función par, su desarrollo es una serie de cosenos.

Tomemos por ejemplo, el caso en que el periodo de la onda cuadrada es $T=4$., entonces,

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

y los primeros cuatro términos de la serie (4) son ,

(5)

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \left(\sin \frac{\pi t}{2} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi t}{2} + \frac{1}{5} \sin \frac{5\pi t}{2} + \frac{1}{7} \sin \frac{7\pi t}{2} + \dots \right)$$

En la figura 2 se muestran las gráficas de algunas sumas parciales de la serie de Fourier de la onda cuadrada de periodo 4. En la parte (a) se muestra el resultado para la suma de 5 términos; en (b) se muestra la suma de 10 términos y en (c) la gráfica corres-

ponde a la suma de 30 términos. Se puede observar que, a medida que se agregan términos, la suma parcial se ajusta mejor a la función $f(t)$. En el límite de infinitos términos el ajuste es exacto. En la bibliografía se puede encontrar otros ejemplos de funciones periódicas y sus series de Fourier.

Hasta ahora hemos tratado con una función f periódica definida para toda t . En muchos casos prácticos y en particular, en las situaciones en que vamos a usar el desarrollo de Fourier, la función f está definida en un intervalo de la forma $0 < t < \tau$. En estos casos, se extiende la función al intervalo $-\tau < t < 0$ de forma que la función extendida resulte par o impar. En el primer caso el desarrollo en serie de Fourier será una serie de cosenos y en el segundo, una serie de senos. Tenemos así el siguiente resultado.

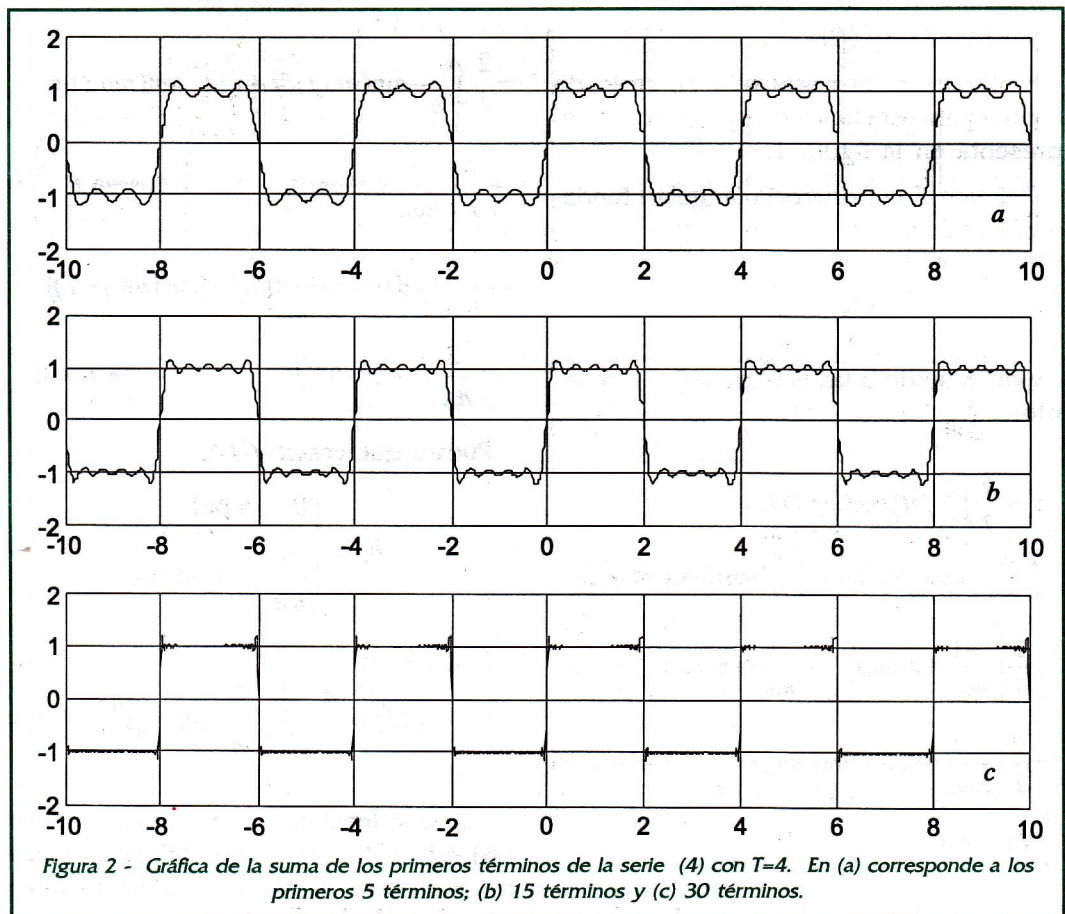


Figura 2 - Gráfica de la suma de los primeros términos de la serie (4) con $T=4$. En (a) corresponde a los primeros 5 términos; (b) 15 términos y (c) 30 términos.

Resultado 3

Supongamos que la función $f(t)$ es continua por partes en el intervalo $[0, \tau]$. Entonces la **serie de Fourier de cosenos** de f es la serie

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi t}{\tau}$$

con

$$a_n = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} f(t) \cos \frac{n\pi t}{\tau} dt$$

y la **serie de Fourier de senos** de f es la serie

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi t}{\tau}$$

con

$$b_n = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} f(t) \sin \frac{n\pi t}{\tau} dt$$

(5)

La cuerda vibrante

Planteo del problema

A principios del siglo XVIII Euler, D'Alambert y Daniel Bernoulli utilizaron las soluciones en series trigonométricas para resolver problemas relativos a cuerdas vibrantes. Fourier, mas o menos un siglo después, sistematizó el método de separación de variables para resolver ecuaciones en derivadas parciales.

En esta parte utilizaremos estos viejos métodos (análisis de Fourier y separación de variables), para resolver la ecuación diferencial que modela, bajo ciertas condiciones, las ondas en una cuerda; la *ecuación de onda*.

Veamos primero las hipótesis que hacemos para tener un modelo simple de una cuerda vibrante. Supongamos una cuerda de densidad lineal uniforme $\frac{1}{4}$ y rigidez despreciable con una tensión T lo suficientemente grande como para que los efectos de la

gravedad se puedan despreciar. Supongamos también que no hay fuerzas disipadoras (como las asociadas con la fricción o con la radiación de energía acústica).

Llamemos y al desplazamiento transversal del elemento de cuerda respecto a su posición de equilibrio. Por último, si este desplazamiento y es pequeño comparado con la longitud de la cuerda, se obtiene la siguiente ecuación diferencial lineal para la función $y(x, t)$:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (6)$$

La ecuación (6) se conoce como *ecuación de onda unidimensional* y sirve como modelo de las vibraciones libres en una cuerda flexible y uniforme. La solución de esta ecuación, $y=f(x, t)$, expresa la forma de la cuerda (esto es $y(x)$) en cada instante t .

Si la cuerda tiene una longitud L y los dos extremos fijos, las *condiciones de frontera* son:

$$y(0, t) = y(L, t) = 0 \quad (0 < x < L) \quad (7)$$

Nuestra experiencia nos dice que cada vez que apartamos de su posición de equilibrio una cuerda en reposo (la pulsamos), el movimiento que resulta luego de soltarla es *siempre igual* cada vez, siempre que cada vez se le someta a iguales condiciones iniciales. El modelo matemático de este movimiento debe tener las mismas características, es decir, conociendo la posición de cada

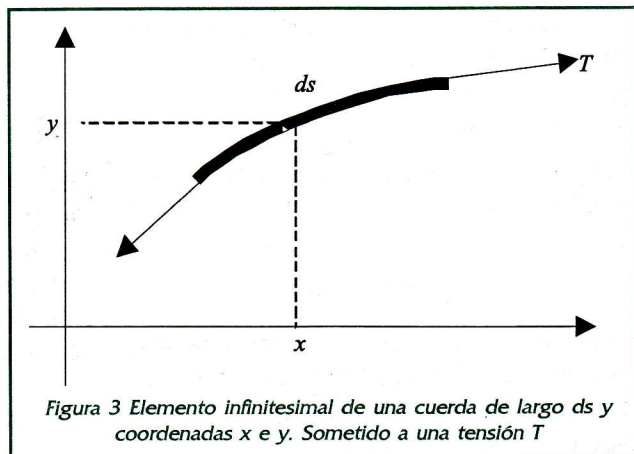


Figura 3 Elemento infinitesimal de una cuerda de largo ds y coordenadas x e y . Sometido a una tensión T

punto de la cuerda en $t=0$ y la velocidad de cada punto en ese instante, el movimiento posterior se puede determinar resolviendo la ecuación (6).

La expresión matemática de las *condiciones iniciales* son:

Forma de la cuerda en $t=0$:

$$y(x,0)=f(x) \quad (0 < x < L)$$

Velocidad de cada punto de la cuerda en $t=0$:

$$\left. \frac{\partial y}{\partial t} \right|_{t=0} = g(x) \quad (0 < x < L) \quad (8)$$

En suma, el problema matemático que debemos resolver es el siguiente:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (0 < x < L, \quad t > 0) \quad (a)$$

$$y(0,t) = y(L,t) = 0; \quad (b)$$

$$y(x,0) = f(x) \quad (0 < x < L), \quad (c)$$

$$\left. \frac{\partial y}{\partial t} \right|_{t=0} = g(x) \quad (0 < x < L), \quad (d)$$

En la ecuación de onda hicimos la sustitución

$$c^2 = \frac{T}{\mu}$$

, donde c es la velocidad de propagación de la onda en la cuerda.

Solución formal mediante separación de variables

Resolveremos el problema (9) para el caso particular en que $g(x)=0$. Esto significa que suponemos que la cuerda se suelta desde el reposo.

La técnica de separación de variables consiste en suponer soluciones de (9) con la forma,

$$u(x,t) = X(x)T(t) \quad (10)$$

en donde X es una función de una sola variable x y la función T tiene por única variable a t . Se dice entonces que las variables x y t están "separadas".

La sustitución de (10) en la ecuación de onda da como resultado

$$X''(x)T(t) - \frac{1}{c^2} X(x)T''(t) = 0 \quad (11)$$

en donde las primas representan la derivada respecto del argumento de cada función.

Dividiendo por el producto XT y trasponiendo términos obtenemos,

$$\frac{X''}{X} = \frac{1}{c^2} \frac{T''}{T} \quad (12)$$

La función X''/X es sólo función de la variable x y T''/T es sólo función de t , por tanto, para que la igualdad (12) se verifique para toda x y para toda t , ambos lados de la igualdad deben ser iguales a la misma constante. En consecuencia podemos concluir que

$$\frac{X''}{X} = \frac{1}{c^2} \frac{T''}{T} = -\lambda$$

para alguna constante λ . El signo de menos lo agregamos para facilitar las cosas después. De modo que la ecuación diferencial en derivadas parciales (9-a) se separa en las siguientes dos ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$X'' + \lambda X = 0 \quad (13)$$

$$T'' + \lambda c^2 T = 0 \quad (14)$$

Las condiciones de frontera (9-b) quedan

$$\begin{aligned} u(0,t) &= X(0)T(t) = 0, \\ u(L,t) &= X(L)T(t) = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Si $T(t)$ no es idénticamente nula (la cuerda estaría siempre en reposo en la posición de equilibrio) las ecuaciones (15) implican que $X(0)=X(L)=0$. En consecuencia la función $X(x)$ debe satisfacer el problema con condiciones en los extremos

$$X'' + \lambda X = 0, \quad X(0) = 0, \quad X(L) = 0 \quad (16)$$

Las ecuaciones (16) constituyen un problema conocido¹ denominado *problema de valores propios*. Veamos su solución.

Discutiremos primero los posibles valores de λ . Si $\lambda=0$, la solución general sería $X(x)=ax+b$, y al imponer las condiciones en los extremos $X(0)=X(L)=0$ daría $a=b=0$; es decir la solución trivial. Descartamos así $\lambda=0$ como posible valor de λ .

Si $\lambda < 0$, pongamos por caso $\lambda = -\alpha^2$ (α real) la ecuación diferencial queda

$$X'' - \alpha^2 X = 0$$

cuya solución general es

$$X(x) = ae^{\alpha x} + be^{-\alpha x}.$$

Nuevamente, esta solución satisface ambas condiciones en los extremos únicamente para $a=b=0$. Descartamos así la posibilidad de $\lambda < 0$ y concluimos que λ es una constante positiva. Si ponemos $\lambda = \alpha^2$ (α positivo), la ecuación diferencial para X queda

$$X'' + \alpha^2 X = 0$$

cuya solución general es

$$X(x) = a \cos \alpha x + b \sin \alpha x \quad (17)$$

La condición $X(0)=0$ implica que $a=0$ y entonces $X(x)=b \sin \alpha x$. La condición de que $X(L)=0$ da,

$$X(L) = b \sin \alpha L = 0 \quad (18)$$

La ecuación (18) para b no nulo tiene las soluciones $\alpha L = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, n\pi$; por lo tanto los posibles valores de λ son:

$$\lambda = \frac{\pi^2}{L^2}, \frac{4\pi^2}{L^2}, \frac{9\pi^2}{L^2}, \dots, \frac{n^2\pi^2}{L^2}, \dots \quad (19)$$

El problema planteado en la ecuación (16) tiene una sucesión infinita de valores propios

$$\lambda_n = \frac{n^2\pi^2}{L^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (20)$$

Las correspondientes funciones propias son:

$$X_n(x) = \sin \frac{n\pi x}{L} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (21)$$

Esto completa la solución de las ecuaciones (16). Volviendo a la ecuación (14) para $T(t)$, la condición inicial (9-d) para $g(x)=0$ implica que $T'(0)=0$. Por lo tanto, la solución $T_n(t)$ asociada al valor propio $\lambda_n = n^2\pi^2/L^2$ debe satisfacer las condiciones

$$T_n'' + \frac{n^2\pi^2 c^2}{L^2} T_n = 0, \quad T_n'(0) = 0 \quad (22)$$

La solución general de la ecuación (22) es

$$T_n(t) = a_n \cos \frac{n\pi ct}{L} + b_n \sin \frac{n\pi ct}{L} \quad (23)$$

Derivando la ecuación (23) e imponiendo la condición $T_n'(0)=0$ encontramos que $b_n=0$ y una sucesión de funciones propias para los valores propios λ_n es

$$T_n(t) = \cos \frac{n\pi ct}{L} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (24)$$

Combinando los resultados (21) y (24) obtenemos una sucesión infinita de funciones producto de la forma de la ecuación (10)

$$u_n(x, t) = X_n(x)T_n(t) = \cos \frac{n\pi ct}{L} \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (25)$$

Cada una de las funciones (25) satisfacen tanto la ecuación de onda (9-a) como las condiciones (9-b) y (9-d). Como la ecuación de onda es lineal, la combinación lineal de las $u_n(x)$ también es solución.

¹ No debe confundirse el problema de valores en los extremos (16) con el problema de valores iniciales

$$X'' + \lambda X = 0, \quad X(0) = x_0, \quad X'(0) = v_0$$

que corresponde a la misma ecuación diferencial pero en lugar de darse los valores de la función en los extremos, se da el valor de la función y su derivada primera en el punto inicial. Tal es el caso por ejemplo del oscilador armónico simple. El problema de condiciones iniciales tiene solución única mientras que hay infinitas funciones que satisfacen el problema de condiciones en los extremos.

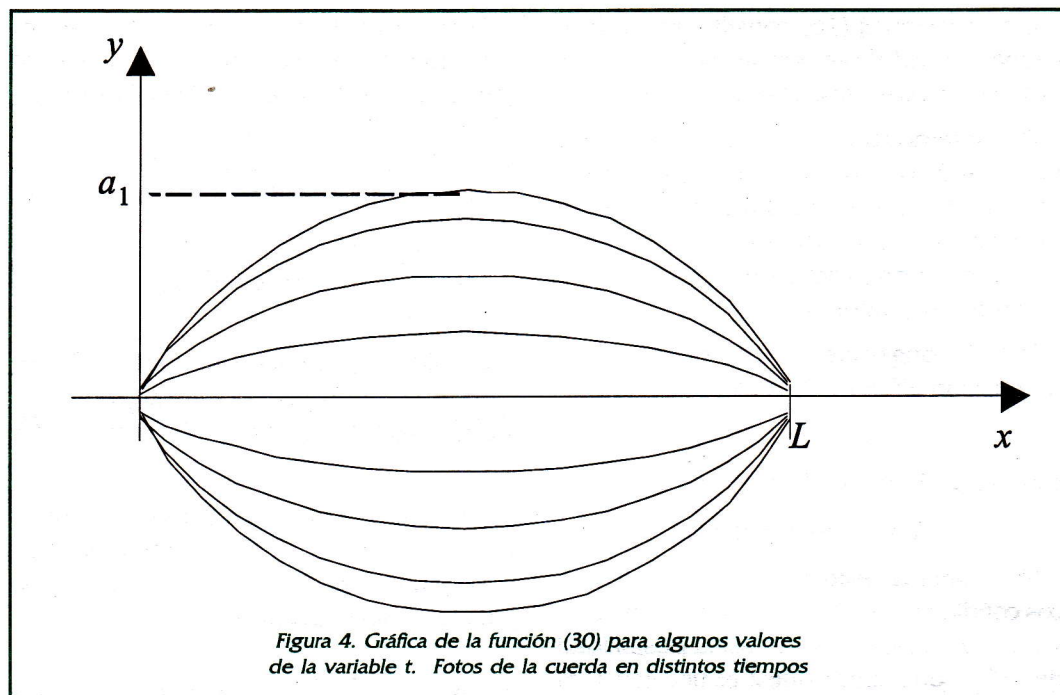


Figura 4. Gráfica de la función (30) para algunos valores de la variable t . Fotos de la cuerda en distintos tiempos

Por otra parte, el conjunto de funciones (25) forma lo que se denomina una *base* del espacio de funciones $y(x,t)$ que cumplen las condiciones de frontera dadas. Esto significa que cualquier función $y(x,t)$ físicamente aceptable se puede expresar como combinación lineal de las funciones (25).

Por lo tanto,

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi ct}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (26)$$

los coeficientes $\{a_n\}$ de la ecuación (26) se ajustan de modo que satisfagan la última condición que nos falta; la (9-c). Esta condición implica que

$$y(x,0) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi x}{L} = f(x), \quad 0 \leq x \leq L \quad (27)$$

De acuerdo al **resultado 3**, si escogemos los coeficientes $\{a_n\}$ de acuerdo a la ecuación (5'), a serie (27) es la *serie de Fourier de senos* de $f(x)$ en el intervalo $[0, L]$

Llegamos entonces a una solución formal en serie del problema planteado en las ecuaciones (9).

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi ct}{L} \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad (28)$$

con

$$a_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx$$

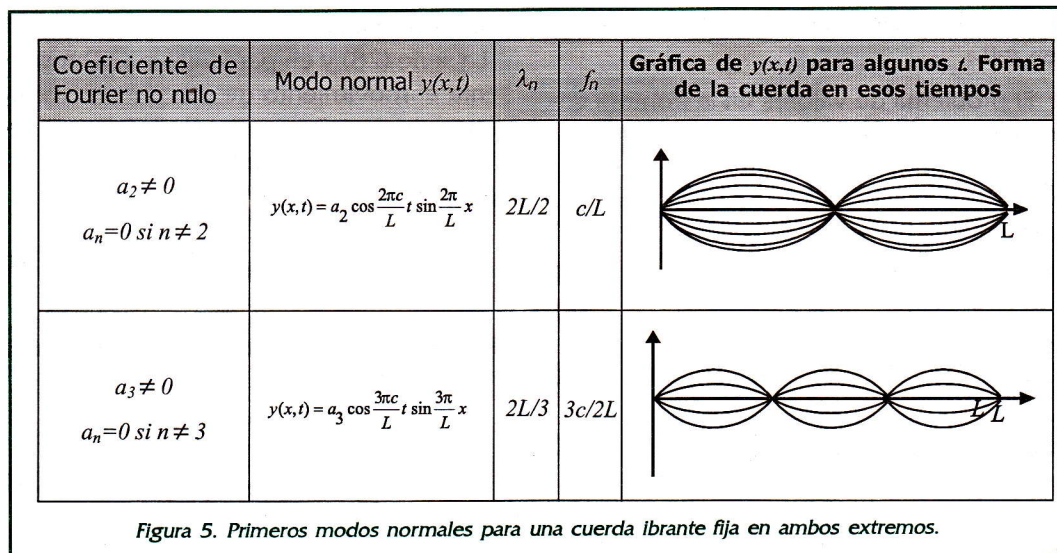
La solución (28) se construye superponiendo funciones de la forma

$$\cos \omega_n t \sin k_n x \quad (29)$$

donde

$$\omega_n = \frac{n\pi c}{L} \quad \text{y} \quad k_n = \frac{n\pi}{L}$$

Cada una de estas funciones se denomina *modo normal* y la ecuación (28) se denomina muchas veces *desarrollo en modos normales*. La frecuencia $f_1 = \omega_1/2\pi$, se denomina *frecuencia fundamental* y a las frecuencias $\omega_2/2\pi$, $\omega_3/2\pi$, $\omega_4/2\pi$... se denominan *sobretonos*. Puesto que estamos considerando la cuerda como un medio no dispersivo, todas las frecuencias se propa-



gan a la misma velocidad, entonces el producto $f_n \lambda_n$ debe ser constante e igual a c , de donde $\lambda_n = 2L/n$; sólo están "permitidas" algunas longitudes de onda

Los modos normales se pueden interpretar gráficamente. Supongamos que las condiciones iniciales son tales que todos los coeficientes de Fourier a_n son nulos excepto el primero a_1 .

Entonces la solución dada en la ecuación (28) queda:

$$y(x,t) = a_1 \cos \frac{\pi c}{L} t \sin \frac{\pi}{L} x \quad (30)$$

Esta función la podemos graficar como función de una variable x para algunos t fijos obteniéndola gráfica de la figura 4.

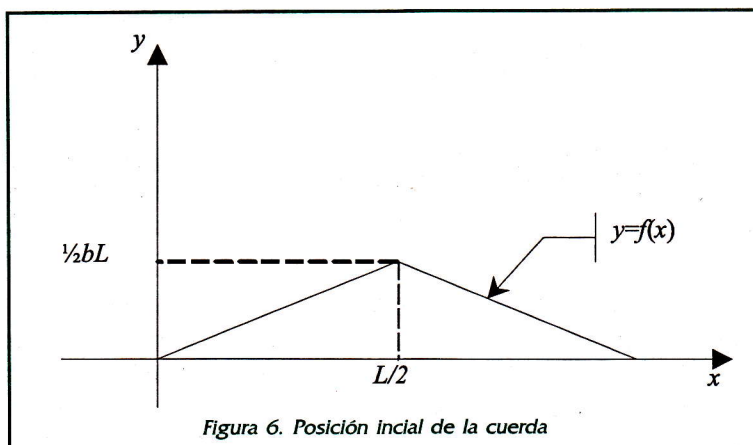
Podemos continuar con un razonamiento similar para cada modo y suponer que sólo está presente el n -ésimo modo en el movimiento de la cuerda. Tenemos así el esquema de la figura 5. Los movimientos representados en esta figura

son muy especiales, por lo general están presentes muchos modos aunque con distinto peso. Mas adelante analizaremos un caso concreto y veremos que peso tiene cada modo en el movimiento general de la cuerda.

Cuerda pulsada por su centro

Resolveremos ahora un caso particular de lo tratado en la parte anterior. Consideraremos que la cuerda tiene inicialmente una forma particular. Es decir, le daremos forma a la función f de la ecuación (9-c).

La figura 6 muestra la función posición inicial $f(x)$ para una cuerda estirada de longitud L , que se pone en movimiento al levantar su punto medio a una distancia



$h = \frac{1}{2}bL$. La cuerda se suelta desde el reposo en $t=0$.

El problema de valores en la frontera correspondiente es,

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (0 < x < L, \quad t > 0) \quad (a)$$

$$y(0, t) = y(L, t) = 0; \quad (b)$$

$$y(x, 0) = f(x) \quad (0 < x < L) \quad (c)$$

$$\left. \frac{\partial y}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \quad (0 < x < L) \quad (d)$$

con f tal que (31)

$$f(x) = \begin{cases} bx, & 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \\ b(L-x), & \frac{L}{2} \leq x \leq L \end{cases} \quad (e)$$

El n -ésimo coeficiente de Fourier de senos de $f(x)$ es

$$a_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx = \quad (32)$$

$$= \frac{2}{L} \int_0^{\frac{L}{2}} bx \sin \frac{n\pi x}{L} dx + \frac{2}{L} \int_{\frac{L}{2}}^L b(L-x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx;$$

de donde se deduce que

$$a_n = \frac{4bL}{n^2\pi^2} \sin \frac{n\pi}{2} \quad (33)$$

Una vez que tenemos los coeficientes de la serie de Fourier, los sustituimos en la ecuación (28) y tenemos la solución completa del problema. (34)

$$y(x, t) = \frac{4bL}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin \frac{n\pi}{2} \cos \frac{n\pi ct}{L} \sin \frac{n\pi x}{L}$$

Para visualizar, podemos desarrollar los primeros términos de la serie obteniendo, (35)

$$y(x, t) = \frac{4bL}{\pi^2} \left(\cos \frac{\pi ct}{L} \sin \frac{\pi x}{L} - \frac{1}{3^2} \cos \frac{3\pi ct}{L} \sin \frac{3\pi x}{L} + \frac{3}{5^2} \cos \frac{5\pi ct}{L} \sin \frac{5\pi x}{L} - \dots \right)$$

La serie (34) da el desplazamiento transversal y de cada punto x de la cuerda en cada instante t . Si fijamos t (tomamos una foto) la serie nos da la forma $y(x)$ que la cuerda tiene en ese instante.

Los armónicos

La serie (28) y en particular la (34) representa el movimiento de una cuerda como superposición de un número infinito de vibraciones con diferentes frecuencias. El n -ésimo término

$$a_n \cos \frac{n\pi ct}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (36)$$

representa una vibración cuya frecuencia es $f_n = \omega_n / 2\pi$, es decir,

$$f_n = \frac{n\pi c/L}{2\pi} = \frac{nc}{2L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (37)$$

La frecuencia fundamental (f_1) es en general la frecuencia que predomina en el sonido que escuchamos luego de pulsar la cuerda. La frecuencia de la n -ésima componente (sobretono) es $f_n = nf_1$, es decir, un múltiplo de f_1 . Cuando ocurre que los sobretonos son múltiplos de la frecuencia fundamental se denominan *armónicos*. Esta es la razón de que el sonido de una cuerda vibrante simple suene armoniosamente en lugar de disonante. En el caso del sonido obtenido por un golpe, en general, no sucede esto.

El hecho de que las frecuencias superiores sean múltiplos de la fundamental (armónicos) se debe a que los extremos de la cuerda se consideraron perfectamente rígidos. En muchos instrumentos de cuerda los sobretonos son *ligeramente no armónicos* debido al movimiento de puente junto a la caja de resonancia. Esto da un timbre característico al instrumento.

En principio, de acuerdo a la serie (28), todas las frecuencias están presentes en el sonido, en la medida de que todos los términos pueden ser no nulos.

En el caso de la cuerda pulsada en su centro, de acuerdo a la ecuación (35), sólo los múltiplos impares de la frecuencia fundamental están presente. Esto significa que con estas condiciones iniciales no se

pueden excitar modos que tengan nodos en el centro de la cuerda². Desde el punto de vista musical, no está presente la octava, pero sí la quinta.

Otra observación que se puede hacer, a partir de la ecuación (37) es que la frecuencia fundamental es proporcional a $\sqrt{T}$ e inversamente proporcional a L y a $\sqrt{\mu}$. De modo que podemos duplicar la frecuencia (y por lo tanto obtener la octava) ya sea dividiendo a la mitad la cuerda (el descubrimiento de Pitágoras) o cuadruplicando la tensión.

Es interesante ver que las condiciones iniciales no afectan a la frecuencia fundamental; por el contrario, ellas determinan los coeficientes a_n de la ecuación (28) y por lo tanto el grado en que los armónicos superiores contribuyen al sonido producido.

En consecuencia las condiciones iniciales afectan al **timbre**, o mezcla total de frecuencias, mas que a la frecuencia fundamental. En realidad esto es cierto sólo para pequeños desplazamientos de la cuerda; si se golpea fuertemente la tecla de un piano podrá apreciarse una muy ligera y breve desviación inicial de la frecuencia acostumbrada de la nota.

Por último analizaremos, para la cuerda pulsada en el centro, con que intensidad relativa está presente cada frecuencia. Para ello veremos la razón de la energía del n -ésimo modo a la energía total.

La energía total de la cuerda se puede aproximar por la siguiente integral:

$$E = \frac{1}{2} \int_0^L \left[\mu \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 + T \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right] dx \quad (38)$$

La sustitución de la serie (34) en la integral anterior produce

$$E = \frac{\pi^2 T}{4L} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 a_n^2 \quad (39)$$

La razón del n -ésimo término $n^2 a_n^2$ a la suma $\sum n^2 a_n^2$ es la porción de la energía atribuible al n -ésimo armónico.

Haremos este cálculo para la serie (35). Recordemos que sólo están presentes los modos impares y que los coeficientes a_n están dados por la ecuación (33)

Sustituyendo tenemos,

$$E = \frac{\pi^2 T}{4L} \sum_{n \text{ impar}} n^2 \frac{16b^2 L^2}{\pi^4 n^4} = \frac{4b^2 L T}{\pi^2} \sum_{n \text{ impar}} \frac{1}{n^2} \quad (40)$$

de modo que la proporción de energía asociada al n -ésimo armónico (para n impar) es

$$\frac{\frac{1}{n^2}}{\sum_{n \text{ impar}} \frac{1}{n^2}} = \frac{\frac{1}{n^2}}{\frac{\pi^2}{8}} = \frac{8}{\pi^2 n^2} \quad (41)^3$$

Sustituyendo en la ecuación (41) los valores $n=1$ y $n=3$ y $n=5$ encontramos que proximadamente el 81% de la energía de la cuerda está asociada con la frecuencia fundamental; el 9% con el tercer armónico y 3% con el quinto. El resto de la energía se distribuye de acuerdo a la ecuación (41). Si se radia toda esta energía en forma de ondas acústicas, las intensidades sonoras correspondientes a cada uno de los armónicos estarían en la misma proporción.

² Generalmente sucede que no aparecen nodos en la posición donde se pulsa la cuerda. Así, si pulsamos a una distancia L/n del extremo, el armónico n estará ausente o contribuirá con muy poca energía

³ Las series del tipo $\sum \frac{1}{n^2}$ tienen suma conocida y el resultado está en la mayoría de los manuales de matemática

(II) La música

Introducción

Toda persona más o menos informada sabe que las diferentes notas musicales están relacionadas con las diferentes frecuencias de los sonidos que se emiten por los instrumentos musicales o la voz.

Las confusiones comienzan cuando uno se pregunta cómo es posible que dos notas con frecuencias notoriamente diferentes (digamos, una el doble de la otra) pueden tener el mismo nombre. ¿Qué justifica que un sonido de 440 vibraciones por segundo (Hz) se lo identifique con una nota llamada LA y se le dé el mismo nombre a otro sonido de frecuencia 880 Hz (440×2)?. No solamente esto, sino que también se identifica con la nota LA un sonido de 440×4 Hz, otro de 440×8 Hz, etc. (440×2^n , con $n=1,2,3$). Igualmente se trata de la nota LA cuando son sonidos de frecuencias $440/2$ Hz, $440/4$ Hz, etc. ($440/2^n$, con $n=1,2,3$). Lo mismo sucede con las demás notas musicales. Por ejemplo, a la nota DO corresponden todos los sonidos con frecuencias 264×2^n , con $n=\pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$

Es natural que una mentalidad científica se pregunte por la razón que ha llevado a repetir el nombre de las notas cada vez que la frecuencia se duplica o se divide por 2. La gente se pregunta con razón cómo es posible que alguien reconozca que se trata de la misma nota musical, cuando escucha sonidos de frecuencias dobles, cuádruples, etc. de una frecuencia dada. Si es que esto es exclusivo de la gente con formación musical, o se debe a una "memoria auditiva" innata de algunos.

Algunos libros de introducción a la acústica musical dan definiciones francamente inaceptables, como decir que la nota tiene el mismo nombre cuando "se trata del mismo sonido (?) pero más agudo (de frecuencia doble)". Es obvio que si su frecuencia es

diferente, no puede tratarse del mismo sonido desde el punto de vista físico. Otros, con mejor criterio, dicen que cuando suenan (simultánea o sucesivamente) dos sonidos, tales que uno tiene frecuencia doble que el otro, la consonancia o la armonía entre ambos resulta "la más agradable al oído". Esto no puede ser ninguna definición de la misma nota musical, porque introduce el concepto no físico de *agradabilidad* que depende de cada sujeto, y en último caso, de la estructura del oído de cada uno. En todo caso, esta base subjetivista de la escala musical al menos no comete el error de decir que se trata "del mismo sonido" pero con frecuencia diferente.

El origen físico de las notas musicales

Independientemente de la fisiología del "oído normal" de las personas, se pueden encontrar en la naturaleza las bases físicas de esa "agradabilidad" en la consonancia de dos sonidos con frecuencia doble uno del otro.

Los orígenes de la música se pierden en el tiempo (al menos para nosotros, que no somos especialistas en el tema), pero parecen estar ligados a la flauta de caña de bambú (para los chinos y los hindúes), y a la lira para los griegos.

Antes de construir una flauta de caña o un rudimentario instrumento de cuerdas, los antiguos debieron "escuchar" accidentalmente el sonido producido por estos objetos. Los sonidos producidos por el viento que se filtra a través de alguna hendidura en una cueva, o en un cañaveral de bambú, o el aullido del lobo, o el trinar de los pájaros, etc., debieron tener mucho que ver con el origen de la música y los instrumentos musicales. Lo mismo podemos decir respecto de alguna

primitiva cuerda tensa, utilizada para remolcar objetos pesados, y que fue accidentalmente desviada de su posición de equilibrio, produciendo el sonido característico de una cuerda con ambos extremos fijos.

En todos estos “sonidos de la naturaleza” existe algo en común. Nunca se produce una sola frecuencia, sino una suma de sonidos con cierta frecuencia fundamental f , y sus armónicos $2f$, $3f$, $4f$, etc. En la mayoría de los casos, los componentes más intensos de este sonido son el fundamental y sus primeros armónicos, en orden decreciente de intensidad a medida que crece la frecuencia. Estos resultados fueron obtenidos formalmente en la parte A a propósito del análisis de Fourier de los sonidos.

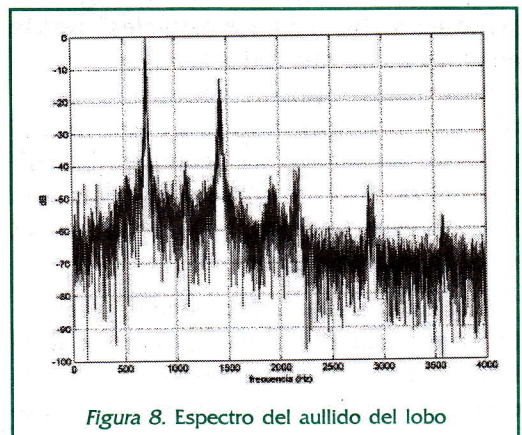
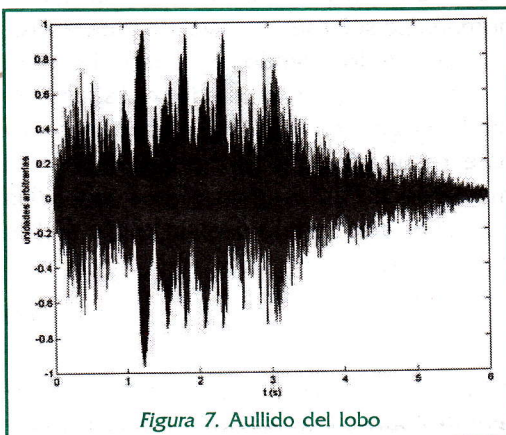
Como un ejemplo notable de esto, tenemos el aullido de un lobo en la figura 7. El espectro de frecuencias de este aullido en su región de mayor intensidad (entre 1.12 s y 2.50 s) se muestra en la figura 8. Obsérvese cómo aparecen con notable intensidad las frecuencias fundamental (aprox. 724.4 Hz), y sus armónicos 2, 3, 4 y 5.

Otro ejemplo. Si una cuerda de longitud L con ambos extremos fijos se tañe en cualquier lugar entre un extremo y $1/5$ de su longitud total, se emiten simultáneamente un sonido que contiene la frecuencia fundamental f (inversamente proporcional a L) con la máxima amplitud, otro con frecuencia $2f$ con un 40% de la amplitud máxima

(aproximadamente), otro de frecuencia $3f$ con alrededor del 20% de la amplitud máxima, otro de frecuencia $4f$ con aproximadamente un 7% de la amplitud máxima, y así sucesivamente. En la parte A de este trabajo no aparecen los modos pares en el análisis de Fourier de la cuerda vibrante, a causa de que es pulsada por su centro.

De esta forma, el hombre primitivo toda vez que escuchó un “sonido natural” de frecuencia fundamental f , la mayor parte de las veces lo oyó asociado con otro de frecuencia $2f$, y (en menor grado, por un asunto de amplitudes) con otro de frecuencia $3f$, de forma menos perceptible con otro sonido de frecuencia $4f$, y, tal vez casi imperceptiblemente con los armónicos superiores. Este es el origen físico de la *consonancia perfecta* que los humanos encuentran entre un sonido y otro de frecuencia doble cuando los escuchan por separado: en toda la historia nuestros ancestros los escucharon juntos en los sonidos de la naturaleza.

Esto explica una regla empírica de *agradabilidad* que descubrió Pitágoras: “dos sonidos son tanto más agradables al oído, cuanto menor sean los enteros que relacionan sus frecuencias”. Así, la consonancia más *agradable* (mejor sería decir la más “familiar”) al oído humano es entre una frecuencia f y otra $2f$, porque el cociente se reduce a los mínimos enteros posibles $2/1$. También entre $2f$ y $4f$, porque el cociente sigue siendo el mismo, o entre $4f$ y $8f$, etc.



Cuando el Hombre redujo la longitud L de la cuerda tensa, que producía simultáneamente los sonidos de frecuencias f , $2f$, $3f$, $4f$, ..., a una cuerda de largo $L/2$ (bajo la misma tensión), obtuvo como frecuencia fundamental a $2f$, y los armónicos $4f$, $6f$, $8f$, La similitud inmediata con el sonido de la primera cuerda está en la componente de frecuencia $2f$, que se presenta con máxima amplitud en la cuerda corta, pero también se distingue con amplitud considerable en la cuerda larga. Si la cuerda pasa a tener longitud $2L$, la frecuencia fundamental y sus armónicos serán $f/2$, f , $3f/2$, $2f$, ..., de forma que la segunda componente ahora de frecuencia f se presenta con suficiente amplitud como para reconocerla como la primera componente de la cuerda de largo L .

En resumen, el hecho de que en los sonidos de la naturaleza aparece simultáneamente una frecuencia fundamental f y (usualmente) su primer armónico de frecuencia $2f$ con intensidad relativa apreciable, explica la "familiaridad" (o la *agradabilidad* de Pitágoras) que el ser humano aprecia cuando escucha estos dos sonidos sucesivamente o en simultáneo. Lo mismo entre sonidos de frecuencias $2f$ y $4f$, entre $4f$ y $8f$, etc, así como entre las frecuencias f y $f/2$, $f/2$ y $f/4$, etc. Esto es el origen de que se designe con el mismo nombre de nota musical al sonido de frecuencia f y todo otro sonido de frecuencia $fx2^n$, con $n=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Un aval para esta hipótesis del origen de la música en los "sonidos naturales" reside en el hecho de que todas las escalas musicales actuales de oriente y occidente le asignan la misma nota musical a todos los sonidos de frecuencias $fx2^n$, aunque cada cultura utiliza diferente número de notas para llenar el espacio entre f y $2f$, como se verá en el apartado siguiente.

Aún esta hipótesis es dicutible, pues cabría preguntarse, por ejemplo, por qué el Hombre no eligió las frecuencias f y $3f$ para definir la "octava" ya que muchas veces se

escuchan estas dos frecuencias juntas en ausencia del armónico de frecuencia $2f$ (como en la cuerda pulsada en el centro, como se vio en la primera parte).

Los intervalos musicales

Es interesante saber cuál es la mínima diferencia de frecuencias que puede distinguir el oído humano promedio. Uno está tentado a pensar que este valor es absoluto (independiente de la frecuencia) para cada oído. De forma que si una persona puede distinguir, por ejemplo, entre un sonido de 200 Hz y otro de 201 Hz, entonces podrá distinguir entre uno de 400 Hz y otro de 401 Hz, entre 600 Hz y 601 Hz, etc. Se podría decir que este individuo distingue una mínima diferencia de 1 Hz.

Sin embargo, no es así. Si cierta persona distingue justo entre 200 Hz y 201 Hz (1 Hz de diferencia), entonces podrá distinguir entre 400 Hz y 402 Hz (2 Hz de diferencia), y no menos. Si el sonido inicial está a 600 Hz, entonces podrá distinguir éste de manera justa recién de otro de 603 Hz (3 Hz de diferencia).

Esto significa que la mínima diferencia entre dos frecuencias que un individuo puede distinguir, *depende* de la frecuencia. No es un valor absoluto. Lo mismo sucede, naturalmente, para el oído medio, cuya sensibilidad resulta de promediar las sensibilidades de un gran número de individuos.

Este comportamiento en la sensibilidad humana no solamente es válido para las frecuencias de los sonidos, sino también para sus intensidades. A mediados del siglo XIX, un fisiólogo alemán E. H. Weber encontró este resultado y le dió una formulación matemática. Para el caso que nos ocupa (las frecuencias de los sonidos), la ley de Weber expresa que

$$\frac{\delta f}{f} = c \quad (42)$$

donde c es una constante (ligeramente diferente) para cada individuo y δf es la mini-

ma variación de frecuencia que éste puede resolver en torno a la frecuencia sonora f .

Algunos años más tarde, Gustav Fechner utilizó la ley de Weber para definir cuantitativamente una *sensibilidad* fisiológica (del oído para las frecuencias, que es el caso que nos interesa). Si llamamos S a la sensibilidad del oído a cierta frecuencia sonora f , la constante c de la ley de Weber en la ecuación (42) resulta ser la mínima variación de sensibilidad dS detectada por el individuo en cuestión. Entonces podemos escribir la ecuación (42) como

$$\frac{df}{f} = dS$$

Entonces la sensibilidad S del oído para cierta frecuencia f se obtiene por integración,

$$S = \ln\left(\frac{f}{f_0}\right) \quad (43)$$

siendo f_0 una frecuencia de referencia para la cual $S=0$.

La ecuación (43), conocida como la ley de Weber – Fechner, tiene una consecuencia importante en la teoría de la música. Establece que el oído no es sensible a la diferencia de frecuencias, sino a su cociente. Esta es la razón por la cual el *intervalo musical* entre dos notas se define como el *cociente de sus frecuencias*.

La música

Cualquier sonido detectado por un oído, micrófono u otro sensor adecuado consiste en una perturbación p usualmente pequeña de la presión atmosférica P_A . Esta sobrepresión p puede ser positiva o negativa (esto es, varía ligeramente la presión total por encima o por debajo de la atmosférica), y varía con el tiempo de forma bastante arbitraria. Los valores absolutos de esta sobrepresión acústica están entre 2×10^{-5} Pa para sonidos apenas perceptibles para el oído normal y 2 Pa para sonidos que producen dolor en el oído normal. En todo caso son mucho menores que la presión atmosférica ($\sim 10^5$ Pa).

Por ejemplo, en la figura 9 se muestra la sobrepresión originada por un golpe con los nudillos de la mano sobre una mesa de madera.

La figura 10 muestra el sonido de la nota MI (primera cuerda o *prima*) de una gita-

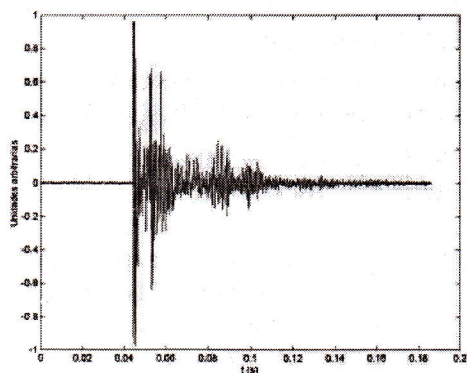


Figura 9. Golpe

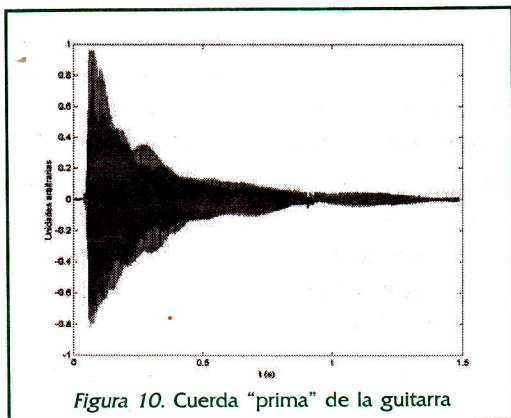


Figura 10. Cuerda "prima" de la guitarra

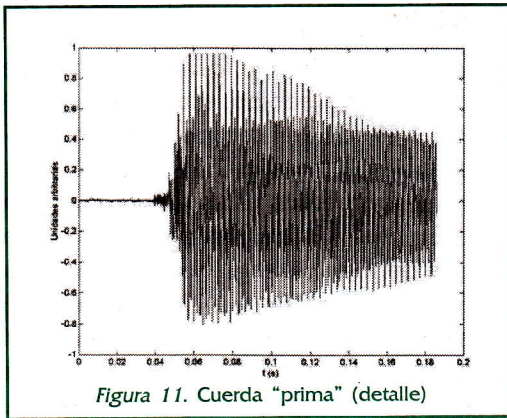


Figura 11. Cuerda "prima" (detalle)

rra. Para comparar la nota MI de la figura 11 cuya gráfica ocupa 1.5s con el golpe de la figura 9 cuya gráfica dura 0.2s, graficamos la nota musical durante un tiempo comparable en la figura 9.

La figura 11 de la nota MI revela una interesante diferencia con al figura 9 del golpe sobre la mesa. La nota musical muestra picos con una rigurosa periodicidad que indica la presencia de una frecuencia fundamental (la inversa de este período), que no se aprecia en el golpe de la figura 9.

En un principio, esta diferencia se utilizó para distinguir categóricamente un *sonido musical* de un *ruido*. Hoy ya no se acepta esta distinción. La música moderna ha introducido melodías en la cual se utilizan “instrumentos” no convencionales (chapas, objetos de madera, etc.) que emiten sonidos que caen en la antigua definición de “ruidos”. No obstante, en algunos casos, producen una melodía agradable en el conjunto (lo que, al fin y al cabo, depende de los gustos de la gente).

Un sonido musical se caracteriza completamente desde el punto de vista físico por:

- a) Su *frecuencia fundamental* f , que determina el nombre de la nota musical que le corresponde.
- b) La *duración* del sonido, expresada musicalmente por la *figura* (redonda, blanca, negra, corchea, etc.)
- c) La *amplitud* A_1 de la sinusoide correspondiente a esta frecuencia fundamental, que determina la intensidad del sonido escuchado.
- d) Las *amplitudes de los armónicos* que componen el sonido, esto es, las amplitudes A_n de los componentes de frecuencias nf , con $n=2,3,4,\dots$. En diferentes instrumentos estas amplitudes son diferentes para un mismo armónico, lo que permite distinguir una misma nota (con la misma frecuencia fundamental) ejecutada por una guitarra, un piano, un saxo, violín, voz, etc. Constituye lo que en música se llama el *timbre* del sonido.

e) Las *rapideces de extinción* del sonido fundamental y cada uno de sus armónicos. Esta es una característica de los instrumentos que funcionan por pulsos o golpes (guitarra, piano, percusiones), en los cuales por amortiguamiento el sonido se extingue más o menos rápido. No así para los instrumentos de excitación “continua” (cuerdas frotadas, vientos, sintetizadores electrónicos) en los que el tono fundamental y sus armónicos no se extinguen mientras dure la excitación.

Solamente las características a) y b) forman parte del código musical, esto es, se indican sobre el *pentagrama* en una composición musical. Aunque en las partituras para varios instrumentos simultáneamente se suele indicar, al costado del pentagrama, para qué instrumento particular es cada línea.

Las escalas musicales

Mencionamos en el apartado 2 que cada uno de gran parte de los “sonidos naturales” contiene a la vez una frecuencia fundamental f_1 y sus primeros armónicos $2f_1$, $3f_1$ y $4f_1$ con intensidades apreciables. Esto condujo a que el oído perciba como muy “familiar” o agradable la consonancia entre dos sonidos puros de frecuencias f_1 y $2f_1$.

No obstante, el oído distingue claramente un conjunto de frecuencias f tales que $f_1 < f < 2f_1$. De ahí que a Pitágoras se le ocurriera inventar un código o lenguaje musical, mediante el cual pudiesen representarse en forma escrita los diferentes sonidos. Se llaman *notas musicales* a cada uno de los diferentes nombres o símbolos utilizados para representar los diferentes sonidos.

Comenzó por asignarle el mismo nombre o la misma *nota* a los sonidos con frecuencias fundamentales f , $2f$, $4f$, $8f$, ..., en general $2^n f$, con $n=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$, por las razones ya explicadas.

Seguidamente se deben elegir, siguiendo algún criterio, ciertas frecuencias entre f y $2f$

para nuevas notas. El nombre de una nueva nota correspondiente a cierta frecuencia f dentro de este intervalo, será el mismo que para las frecuencias $2^n f$, para mantener el criterio de periodicidad. Este proceso se conoce como la construcción de una *escala musical*.

La escala pitagórica

A Pitágoras se le ocurrió elegir 6 frecuencias entre f y $2f$ para definir otras tantas notas musicales, de forma que el conjunto de notas diferentes, contando la inicial de frecuencia f , pasó a ser de 7. La razón por la cual eligió construir una escala musical de 7 notas parece haber tenido que ver con la existencia de los 7 "planetas" conocidos por entonces: el sol, la luna, Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno. Según él, cada planeta producía un sonido, constituyendo la famosa "música de las esferas". Con ligeras modificaciones que se verán más adelante, esta escala musical pitagórica subsiste en occidente hasta hoy.

Otras culturas, como la hindú, también construyeron una escala musical con 7 notas entre f y $2f$, pero le asignaron diferentes valores a las frecuencias. En cambio los japoneses de la antigüedad construyeron una escala con 5 notas. No obstante, parece que todo el mundo construyó su escala tomando como segmento original el conjunto de frecuencias entre f y $2f$.

Desde los tiempos de la escala pitagórica el intervalo de notas entre las frecuencias f y $2f$ se llama una *octava*. La primera nota (de frecuencia f) que define la escala se llama *nota tónica*. Eligiendo la frecuencia de 264 Hz (Zarlino en 1588) para la nota llamada DO, el nombre de las 7 notas en idioma castellano es DO, RE, MI, FA, SOL, LA, SI. Como ya se dijo, también se llaman DO todos los sonidos con frecuencias de 264×2^n , con $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. En inglés y en alemán estas notas se indican como C, D, E, F, G, A, B. Esto es porque enumeran la octava en la secuencia LA (=A), SI, DO, RE, MI, FA, SOL.

La cuestión de qué frecuencias asignarle a estas 7 notas también se remonta a Pitágoras. Como parece natural, la familiaridad o *agradabilidad* de dos sonidos de frecuencias diferentes debió ser la base de la asignación de las frecuencias a las diferentes notas. La consonancia más familiar al oído humano es entre las frecuencias f y $2f$, lo que llevó (tanto en occidente como en oriente) a fundar la escala musical dentro de este intervalo. La siguiente consonancia familiar al oído es con el siguiente armónico de frecuencia $3f$, que, como ya vimos, aparece casi siempre en los "sonidos de la naturaleza" asociado con el fundamental f y el primer armónico $3f$.

Pero el sonido de frecuencia $3f$ cae fuera de la octava entre f y $2f$. No obstante, por la periodicidad de las notas, recibe el mismo nombre que el sonido de frecuencia $3f/2$, que cae entre f y $2f$. Esta es la mejor consonancia con la frecuencia f entre f y $2f$, excluyendo la $2f$.

Pitágoras llevó a la práctica su creación mediante un conjunto de cuerdas tensas. Para asegurarse la igualdad de tensiones en todas ellas, les colgó pesos iguales en los extremos de cada cuerda. Así tenemos que una cuerda de longitud L , cuya frecuencia fundamental es f , genera como fundamental la frecuencia $3f/2$ cuando su longitud se reduce a $2L/3$, tal como ya se vio en la parte A de este trabajo, en el análisis de Fourier de la cuerda vibrante con ambos extremos fijos.

Luego Pitágoras buscó la mejor consonancia con esta nueva nota de frecuencia $3f/2$, excluyendo la de frecuencia doble $3f/2 \times 2 = 3f$, que cae fuera de la octava. Esta es nuevamente el tercer armónico de $3f/2$, pero reducido al interior de la octava entre f y $2f$ (para lo cual hay que dividirlo entre 2 dos veces), es decir $3f/2 \times 3 \times 1/4 = 9f/8 < 2f$. Esto define una nueva nota de frecuencia $9f/8$. En el instrumento de cuerdas de Pitágoras, esta corresponde a una cuerda de longitud $8L/9$.

Luego se vuelve a buscar la mejor consonancia con esta nueva nota, excluyendo la

de frecuencia doble que cae en la octava siguiente. Esto vuelve a ser el tercer armónico de la frecuencia $9/8$ reducida a la octava entre f y $2f$ (para lo cual hay que dividirla entre 2). Es decir $9/8 \times 3 \times 1/2 = 27/16f < 2f$. Con esto obtenemos una nueva nota dentro de la octava con frecuencia $27f/16$, sonido generado por una cuerda de largo $16L/27$.

Si continuamos este procedimiento seleccionando siempre el tercer armónico de la nueva frecuencia pero limitado al intervalo entre f y $2f$, podemos obtener como máximo 6 notas. Ordenándolas en forma creciente de frecuencias resultan: f , $9/8 f$, $81/64 f$, $3/4 f$, $27/16 f$, $243/128 f$ y finalmente $2f$ que, como se dijo, tiene el mismo nombre que la nota de frecuencia f .

Si efectuamos el cociente entre la frecuencia de cada nota (incluyendo la de frecuencia $2f$) con su inmediata anterior, obtenemos los llamados *intervalos* en música. Los resultados son los siguientes: $9/8=1.125$, $9/8=1.125$, $32/27=1.185$, $9/8=1.125$, $9/8=1.125$, $256/243=1.053$. Como se observa, hay una especie de "hueco" en la escala entre la tercera y la cuarta nota (el cociente de frecuencias da 1.185). Pitágoras observó en su instrumento que eligiendo una nueva cuerda de largo $3L/4$ se obtenía una frecuencia fundamental de $4f/3$, ésta cae en el hueco de la escala y produce 5 cocientes iguales de 1.125 y dos de valor 1.053 entre cada nota y su anterior. Esto es, suponiendo que la nota tónica sea DO

con una frecuencia $f=264$ Hz, obtenemos la tabla 1.

La escala diatónica de Zarlino

En la práctica, la construcción de un instrumento de cuerdas con las longitudes exactas dadas en la tabla 1 no podía ser muy viable para la época. Para reproducir la tercera nota de la tabla se necesita una longitud de cuerda de $64L/81$, que bien podría salir, por ejemplo, de $64L/80$ debido a pequeños errores de medición. Ni hablemos de la precisión necesaria para dividir la cuerda si se desea la séptima nota.

Zarlino (cura y músico italiano) en el siglo XVI modificó ligeramente las frecuencias de la escala pitagórica, haciendo que las longitudes de las diversas cuerdas fueran más fáciles de llevar a la práctica. Obsérvese que si la longitud de la cuerda para la tercera nota fuese $64L/80$, esto sería igual a $4L/5$ y le correspondería una frecuencia fundamental de $5f/4$, en lugar de $81f/64$.

De esta forma, Zarlino buscó que las fracciones de la longitud total L de la cuerda estuvieran determinadas por los cocientes de los menores enteros posibles, sin apartarse apreciablemente de los resultados de Pitágoras en la tabla 1. Esto hace mucho más simple la construcción del instrumento, ya que es necesario dividir la cuerda solamente en 3, 4, 5 y 9 partes para reproducir los 7 sonidos de la escala (salvo para la séptima nota, que hay que dividirla en 15

	Largo de la cuerda	Frecuencia	Cociente con nota anterior	Nombre de la nota
Tónica	L	f		DO
Segunda	$8/9 L$	$9/8 f$	$9/8=1.125$	RE
Tercera	$64/81 L$	$81/64 f$	$9/8=1.125$	MI
Cuarta	$3/4 L$	$4/3 f$	$256/243=1.053$	FA
Quinta	$2/3 L$	$3/2 f$	$9/8=1.125$	SOL
Sexta	$16/27 L$	$27/16 f$	$9/8=1.125$	LA
Séptima	$128/243 L$	$243/128 f$	$9/8=1.125$	SI
Octava	$1/2 L$	$2f$	$256/243=1.053$	DO

Tabla 1. Escala musical pitagórica

partes). Esto afecta ligeramente las frecuencias de la tercera, sexta y séptima notas y constituye la llamada *escala musical diatónica* mostrada en la tabla 2 (tomando como nota tónica el DO). Como se puede escuchar y comparar con la escala pitagórica, las diferencias son casi imperceptibles.

El cociente entre las frecuencias de dos notas (la de mayor dividido la de menor frecuencia) se llama *intervalo* o *tono* entre ambas.

En la tabla 1 se observa que en la escala pitagórica hay solo dos intervalos que se llamaron *tono* (relación 9/8), y *semitono* (relación 256/243).

En tanto que en la tabla 2 se ve que para la escala diatónica de Zarlino, existen tres tipos de tonos o intervalos: el *mayor* (relación 9/8), el *menor* (relación 10/9), y el *semitono* (relación 16/15).

La escala cromática

Es evidente que el oído humano aún distingue intervalos o tonos menores que el semitono de relación de frecuencias 16/15 de la escala diatónica. De hecho, la relación de frecuencias más chica que se puede obtener de esta escala es entre el tono menor y el semitono, esto es $10/9:16/15=25/24$.

Si incrementamos o disminuimos la frecuencia de cada nota por este factor, obtenemos nuevos sonidos distinguibles que enriquecen la escala diatónica con nuevas notas. Este cociente de 25/24 entre la frecuencia de una nota y su inmediata ante-

rior es el mínimo intervalo utilizado en la música occidental actual, Algo así como el *quantum* de música. La escala generada con la introducción de estas nuevas notas se llama *escala cromática*.

Obsérvese que cada nota de frecuencia f en la escala cromática de la tabla 2 genera dos nuevas notas en su entorno. Una de frecuencia mayor $25f/24$ (llamada *el sostenido* de esa nota e indicada con el superíndice #), y otra de frecuencia menor $24f/25$ (llamada *el bemol* de esa nota e indicada con el superíndice b).

A partir de la frecuencia f para la nota tónica DO, obtenemos la tabla 3 para las frecuencias y sus notas en la escala cromática.

Obsérvese en la tabla 3 que se ha remarcado el hecho de que el FA bemol tiene menor frecuencia que el MI sostenido, así como el DO bemol con respecto al SI sostenido. Aparte de ello, los que tienen algún conocimiento musical se sorprenderán de la existencia de un FA y un DO bemoles y de un MI y un SI sostenidos, así como del hecho de que el sostenido de una nota no coincide con el bemol de la siguiente, como en el piano y la guitarra. Esto significa que ni el piano ni la guitarra utilizan la escala cromática. De lo contrario una octava en el piano debería contener 21 teclas, en lugar de las 12 que contiene (7 blancas y 5 negras).

En todos los instrumentos musicales en los que la frecuencia solamente se puede

	Largo de la cuerda	Frecuencia	Cociente con nota anterior	Nombre de la nota
Tónica	L	f		DO
Segunda	$8/9 L$	$9/8 f$	$9/8=1.125$	RE
Tercera	$4/5 L$	$5/4 f$	$10/9 \approx 1.111$	MI
Cuarta	$3/4 L$	$4/3 f$	$16/15 \approx 1.067$	FA
Quinta	$2/3 L$	$3/2 f$	$9/8=1.125$	SOL
Sexta	$3/5 L$	$5/3 f$	$10/9 \approx 1.111$	LA
Séptima	$8/15 L$	$15/8 f$	$9/8=1.125$	SI
Octava	$1/2 L$	$2 f$	$16/15 \approx 1.067$	DO

Tabla 2. Escala musical diatónica

Nota	Frecuencia exacta	Frec. aprox.
DO (tonica)	f	f
DO#	$25/24 f$	$1.042 f$
RE ^b	$9/8 f \times 24/25 = 27/25 f$	$1.080 f$
RE	$9/8 f$	$1.125 f$
RE#	$9/8 f \times 25/24 = 75/64 f$	$1.172 f$
MI ^b	$5/4 f \times 24/25 = 6/5 f$	$1.200 f$
MI	$5/4 f$	$1.250 f$
FA ^b	$4/3 f \times 24/25 = 32/25 f$	$1.280 f$
MI#	$5/4 f \times 25/24 = 125/96 f$	$1.302 f$
FA	$4/3 f$	$1.333 f$
FA#	$4/3 f \times 25/24 = 25/18 f$	$1.389 f$
SOL ^b	$3/2 f \times 24/25 = 36/25 f$	$1.440 f$
SOL	$3/2 f$	$1.500 f$
SOL#	$3/2 f \times 25/24 = 25/16 f$	$1.563 f$
LA ^b	$5/3 f \times 24/25 = 8/5 f$	$1.600 f$
LA	$5/3 f$	$1.667 f$
LA#	$5/3 f \times 25/24 = 125/72 f$	$1.736 f$
SI ^b	$15/8 f \times 24/25 = 9/5 f$	$1.800 f$
SI	$15/8 f$	$1.875 f$
DO ^b	$2 f \times 24/25 = 48/25 f$	$1.920 f$
SI#	$15/8 f \times 25/24 = 125/64 f$	$1.953 f$
DO	$2 f$	$2 f$

Tabla 3. Escala musical cromática

variar en modo “discreto”, esto es, que contienen “teclas” como el piano, los vientos (trompeta, saxo, flauta, etc.) o trastes como la guitarra se utiliza otra escala musical (la *temperada*) que se verá en el apartado siguiente. Para evitar la proliferación de teclas o trastes en la guitarra, que harían dificultosa la ejecución del instrumento, esta escala temperada “promedia” de alguna manera el sostenido de una nota con el bemol de la siguiente, reduciéndolos a una sola nota. También elimina intervalos muy pequeños como los bemoles y sostenidos dentro de los semitonos (MI-FA y SI-DO).

No obstante, en los instrumentos en los que se puede variar la frecuencia de forma

continua (como en el violín, que no tiene trastes) se puede ejecutar la escala cromática. También en los instrumentos electrónicos modernos, como la guitarra eléctrica, el conocido “distorcionador” se introduce en la escala cromática.

La escala temperada

Con la invención del clave o clavicordio (instrumento que “rascaba” las cuerdas con una púa), y, posteriormente el piano (que golpea las cuerdas con un martillo) se vió la necesidad de simplificar un poco la escala musical para evitar que se introdujeran 21 teclas en la octava.

Juan Sebastian Bach, después de numerosas discusiones con los matemáticos Rameau y D’Alembert, introdujo en su famosa obra “El clavecín bien temperado” (1722-1744) una nueva escala musical, de forma de reducir a 12 las notas dentro de una octava (7 teclas blancas y 5 negras en el teclado). Esta se llamó *escala temperada o equitemperada*.

En esta escala se busca una frecuencia única para reunir los pares de notas DO# y RE^b, RE# y MI^b, FA# y SOL^b, SOL# y LA^b, LA# y SI^b, así como la eliminación de los pequeños intervalos que surgen en la escala cromática entre semitonos (MI#, FA^b, SI# y DO^b).

Solamente sobrevivirán entonces las 12 notas DO, DO#= RE^b, RE, RE#=MI^b, MI, FA, FA#=SOL^b, SOL, SOL#=LA^b, LA, LA#=SI^b, SI.

La asignación de frecuencias a estas 12 notas también recibe una simplificación drástica en la escala temperada. Se eliminan los intervalos mayores, menores y semitonos, haciendo que el intervalo (o cociente de frecuencias) entre dos notas sucesivas sea siempre el mismo.

Sea *r* la razón de frecuencias entre una nota y la inmediata anterior. Entonces, si a la nota tónica la corresponde una frecuen-

Nota	Frecuencia exacta	Frec. aprox.
DO	f	f
DO [#] =RE ^b	$\sqrt[12]{2}f$	1.060 f
RE	$(\sqrt[12]{2})^2 f = \sqrt[6]{2}f$	1.123 f
RE [#] = MI ^b	$(\sqrt[12]{2})^3 f = \sqrt[4]{2}f$	1.189 f
MI	$(\sqrt[12]{2})^4 f = \sqrt[3]{2}f$	1.260 f
FA	$(\sqrt[12]{2})^5 f$	1.335 f
FA [#] =SOL ^b	$(\sqrt[12]{2})^6 f = \sqrt{2}f$	1.414 f
SOL	$(\sqrt[12]{2})^7 f$	1.498 f
SOL [#] =LA ^b	$(\sqrt[12]{2})^8 f = (\sqrt[3]{2})^2 f$	1.590 f
LA	$(\sqrt[12]{2})^9 f = (\sqrt[4]{2})^3 f$	1.682 f
LA [#] =SI ^b	$(\sqrt[12]{2})^{10} f = (\sqrt[6]{2})^2 f$	1.782 f
SI	$(\sqrt[12]{2})^{11} f$	1.888 f
DO	$2f$	$2f$

Tabla 4. Escala temperada

cia f , a las 12 notas de la octava le corresponderán las frecuencias: $f, rf, r^2f, r^3f, \dots, r^{11}f$. La siguiente nota será la primera de la octava siguiente, que deberá tener frecuencia doble de f .

Esto es $r^{12}f = 2f \Rightarrow r = \sqrt[12]{2} \cong 1.0595$ lo que resulta bastante parecido al semitono de la escala diatónica.

La tabla 4 resume la situación en la escala temperada.

En 1939 se eligió la frecuencia patrón para el sonido musical como la nota LA de 440 Hz. Se indica como LA³ para diferenciarla de los otros LA que se encuentran en las otras octavas. Así, el LA² tiene una frecuencia de $440/2=220$ Hz, el LA¹ es de $220/2=110$ Hz, y así siguen el LA⁰, LA⁻¹, etc. De igual forma para las octavas superiores tenemos el LA⁴ con $440 \times 2 = 880$ Hz, el LA⁵ con $880 \times 2 = 1760$ Hz, etc.

Basándose en este patrón se pueden obtener las frecuencias de todas las notas musicales, en todas las escalas. Así fueron sintetizados los sonidos de las distintas escalas que se

pueden escuchar debajo de las tablas 1, 2, 3 y 4 de este trabajo.

Para las escalas diatónica y cromática, la selección de la frecuencia del LA³ en 440 Hz arroja para el DO de la misma octava (el DO³) la frecuencia de $3/5 \times 440 = 264$ Hz. En cambio, la escala temperada da para esta nota un valor de frecuencia ligeramente distinto: $440/(\sqrt[12]{2})^3 \cong 261.6$ Hz. Esta diferencia de

Nombre	Mapa de frecuencias						
Notas (esc. Diatónica)	DO	RE	MI	FA	SOL	LA	SI DO
Diatónica (occidental)							
Shree (India)							
Sorog (Bali)							
Hirajoshi (Japón)							

Tabla 5. Otras escalas musicales.

frecuencias es muy pequeña. Su cociente da un intervalo de 1.009 que es menor que el mínimo intervalo musical aceptado en la escala cromática ($25/24=1.042$), por lo que casi no es apreciable para el oído medio. No obstante, sí lo es para un oído musicalmente bien dotado.

Otras escalas musicales

En la tabla 5 se presenta la escala occidental diatónica en comparación con otras escalas orientales*. Obsérvese que los intervalos de octava (DO-DO en la diatónica) y de quinta (DO-SOL en la diatónica) son los únicos comunes a todas las escalas. Por otra parte, las escalas occidental y de la India contienen 7 notas. Las otras contienen 5.

Bibliografía

- *Series de Fourier y problemas de contorno*: Hsu, Hwei P., *Análisis de Fourier*, Addison-Wesley Iberoamericana, 1987
- Edwards C. H. y Penney D. E., *Ecuaciones diferenciales elementales y problemas con condiciones en la frontera*, Prentice Hall, 3^{er} edición, 1993.
- *Física*: Kinsler L.E. y Frey A. R. *Fundamentos de Acústica*, Limusa, 1^{er}a edición, 1988.
- Feynman R. P., Leighton R. B., y Sands M., *Física Volumen I: Mecánica, Radiación y Calor*, Addison-Wesley Iberoamericana, 1987.
- Harvey E. White. *Física Moderna*. UTEHA. 1962
- Carine Pascal, Nathalie Tomas. *Musique et Mathematiques*. Tesis de maestría en Matemática. Faculté des Sciences de Luminy, Université de la Méditerranée (1999-2000).
- Michael Beer. "How do Mathematics and Music relate to each other?" East Coast College of English, Brisbane. 1998
- La Caja de Música, http://www.xtec.es/centres/a8019411/caixa/index_es.htm.
- World Music Menu, <http://www.freeplay.com/wmm.htm>.

* Tomado de la pagina web de World Music Menu.

EDUCACIÓN en FÍSICA

Revista de la Asociación de Profesores de Física del Uruguay
Volumen 6 Número 8

Setiembre, 2004

S u m a r i o

EDITORIAL	pág. 1
CON RELACIÓN A LA PRESENTE EDICIÓN CÓMO ENVIAR SUS TRABAJOS	pág. 2
EXPERIMENTOS Y MODELOS EN FÍSICA: ALGUNOS EJEMPLOS Dr. Mayo Villagrán Muniz	pág. 3
EXPERIMENTAL SIMULATION OF LIGHTNING, INTERACTING EXPLOSIONS AND ASTROPHYSICAL JETS WITH PULSED LASERS M. Villagrán-Muniz, H. Sobral, R. Navarro-González P. F. Velázquez and A. C. Raga	pág. 6
OLIMPIADAS IBEROAMERICANAS DE FÍSICA	pág. 17
FÍSICA DEL HUMOR (I)	pág. 18
WEB - RECOMENDACIONES	pág. 19
DIDÁCTICA Y LAICIDAD: ENTRE EL DISCURSO APODÍCTICO Y LA REFLEXIÓN EPISTEMOLÓGICA Prof. Bruno Antognazza	pág. 21
CURIOSOS CASOS, COSAS CURIOSAS	pág. 28
FÍSICA DEL HUMOR (II)	pág. 30
MEDIDA DE PERÍODOS EN MOVIMIENTOS OSCILATORIOS Prof. Daniel Baccino	pág. 31
SOFTWARE "VSOM"; DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE DO SOM NO AR Wilton Pereira da Silva, Cleide M. D. P. S. e Silva Diogo D. P. S. e Silva, Ivomar Brito Soares e Cleiton D. P. S. e Silva	pág. 34
ESPACIO DE A.P.F.U.	pág. 38
LA FÍSICA DE LA MÚSICA Stelio Haniotis Ismael Núñez (I) La física de los instrumentos musicales	pág. 40
(II) La música	pág. 50