

EDUCACIÓN en FÍSICA

ISSN: 0797-9045

Revista de la Asociación de Profesores de Física del Uruguay



Número 38

Setiembre 2019



REVISTA

EDUCACIÓN EN FÍSICA

Nº 38

Setiembre 2019

EDUCACIÓN EN FÍSICA

Número 38 - Setiembre 2019

Redactor Responsable:

Gustavo González

revistaapfu@gmail.com

Consejo de Redacción:

Pablo García

Ismael Núñez

Colaborador:

Guzmán Trinidad

Educación en Física es una revista de la Asociación de Profesores de Física del Uruguay que se distribuye gratuitamente entre sus socios.

Comisión Directiva de la APFU:

Marisa MORALES

Presidente

Marcelo VACHETTA

Vicepresidente

Lucas ROCHA

Secretario

Nadía PÉREZ

Tesorera

Ana Julia GONZÁLEZ

Vocal

Dirección de la Revista

Av. 18 de Julio 1559 Apto 401

CP 11200 - Montevideo

Telefax: (+598) 2400 1258

Email:

revistaapfu@gmail.com

apfu@vera.com.uy

M.E.C.:

Ed. Amparada por Decreto 218/996



Impreso en los talleres gráficos de **Tradinco S.A.**

Minas 1377 - Tel. 2409 4463 - www.tradinco.com.uy

Setiembre, 2019. Depósito Legal N° 376.430/19

EDUCACIÓN en FÍSICA

Revista de la Asociación de Profesores de Física del Uruguay

CONTENIDO	
EDITORIAL	10
Desarrollo de la enseñanza de la Física en Uruguay: el rol del docente	11
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	12
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	13
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	14
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	15
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	16
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	17
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	18
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	19
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	20
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	21
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	22
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	23
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	24
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	25
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	26
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	27
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	28
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	29
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	30
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	31
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	32
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	33
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	34
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	35
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	36
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	37
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	38
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	39
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	40
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	41
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	42
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	43
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	44
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	45
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	46
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	47
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	48
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	49
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	50
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	51
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	52
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	53
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	54
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	55
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	56
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	57
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	58
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	59
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	60
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	61
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	62
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	63
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	64
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	65
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	66
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	67
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	68
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	69
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	70
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	71
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	72
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	73
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	74
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	75
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	76
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	77
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	78
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	79
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	80
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	81
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	82
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	83
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	84
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	85
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	86
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	87
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	88
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	89
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	90
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	91
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	92
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	93
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	94
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	95
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	96
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	97
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	98
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	99
El rol del docente en la enseñanza de la Física en Uruguay	100

EDUCACIÓN en FÍSICA

Revista de la Asociación de Profesores de Física del Uruguay



EDITORIAL

Desde este editorial, quisiéramos comenzar agradeciendo a quienes hacen posible que exista esta publicación: los compañeros que generosamente aportan su tiempo, experiencia, conocimiento y paciencia, para compartirlos con todos los integrantes de nuestra Asociación. Entre ellos se encuentran obviamente los autores de los artículos, quienes ofician de árbitros y de revisores. Cabe aclarar que, si bien esta revista es editada bajo la nueva Comisión Directiva, surge del trabajo de la anterior, a quienes también debemos nuestro agradecimiento.

Esta, nuestra revista, es una publicación que aspira a comunicar diversos aspectos vinculados a la enseñanza de la física. Invitamos a cada uno de ustedes a participar, aportando sus experiencias de clase, aspectos disciplinares, didácticos y en general todo aquello sientan pueda llegar a ser compartido en nuestro colectivo.

Los más observadores, seguramente, han notado un cambio en el criterio de numeración de la revista. Este cambio se debe a una recomendación recibida al momento de registrar la publicación en la Biblioteca Nacional, con el objetivo de simplificar el archivo y seguimiento para nuestros lectores y colaboradores. El presente es el trigésimo octavo número de la revista **Educación en Física**.

Almacenamiento de sonido: el disco de vinilo vs. el formato digital

Ismael Núñez

Universidad de la República, Uruguay; ismael.nz@gmail.com

Este artículo pretende aportar algo a la discusión entre cuál forma de reproducción de la música es de mayor calidad: si lo es la grabada en formatos analógicos (principalmente discos de vinilo) o la almacenada en los formatos digitales (fundamentalmente discos compactos). Primeramente nos introduciremos someramente en la psicoacústica, que es una rama de la acústica que se ocupa del estudio de la percepción de los sonidos, principalmente en los humanos. Es una disciplina nueva pero ha evolucionado mucho (con bases cuantitativas sólidas) durante la segunda mitad del siglo pasado y lo que va de éste. Naturalmente que, como en todo lo humano, la ciencia de base es la estadística. Cuando se afirma que el oído detecta o no tal o cual sonido, siempre se sobreentiende que se trata de resultados válidos para la gran mayoría de la población joven y auditivamente sana. Esta introducción de psicoacústica es importante para no caer en las "paranoias" de aspirar a tales o cuales elevadísimas frecuencias de registro o determinados niveles de sensibilidades de reproducción de volumen. En fin, cosas que al oído le serán totalmente inútiles porque no las detecta. En segundo lugar, se establecen comparaciones cuantitativas entre las formas de reproducir y grabar los formatos digital y analógico respectivamente, lo cual nos llevará a ciertas conclusiones con buena base científica. La física involucrada en todo esto es muy abundante, pero para no cargar demasiado el artículo fundamentalmente se darán las conclusiones con varias referencias bibliográficas para profundizar los temas. Finalmente, se presentarán otros argumentos principalmente subjetivos (al fin y al cabo, se trata de música, acaso si hay algo más subjetivo), los cuales no podrán ser refutados ni demostrados.

1 Los límites del oído humano

El sonido es una vibración mecánica, por lo tanto, su detección está sometida a las limitaciones de movimiento que tienen todos los objetos materiales vibrantes (masa, elasticidad y rozamientos). El oído no escapa a ellas.

1.1 Limitaciones en frecuencia

Ningún objeto material puede vibrar de forma perceptible a cualquier frecuencia. Esta es la razón por la cual la bibliografía científica sobre acústica afirma que el intervalo de frecuencias que el oído humano puede detectar está en el intervalo de 20 Hz a 20 kHz. Esto es un resultado estadístico válido para la gran mayoría de la población joven y con oído sano. No obstante, algunos resultados empíricos demostraron que, bajo condiciones muy especiales de laboratorio, algunas personas pueden alcanzar un límite inferior

de 12 Hz[1]. Experimentos mucho más recientes (Henry and Fast, 1984[2] y Ashihara, 2007[3]) probaron que algunas personas (también en condiciones controladas de laboratorio) lograban distinguir tonos de hasta 24 kHz y 28 kHz, respectivamente, pero con intensidades elevadas (más de 100 dB SPL). Nadie (en los experimentos de Ashihara) logró distinguir frecuencias mayores con ningún nivel de intensidad. El número de estos casos y las condiciones de los experimentos son tan especiales, que no vale la pena argumentar sobre la importancia de que se detecten frecuencias fuera del intervalo 20Hz-20kHz.

Pero existe un argumento adicional para relativizar aún más la posibilidad de que existan oídos que detecten frecuencias más allá de 20 kHz. Los instrumentos musicales pueden generar (aún cuando muy débiles) sonidos de frecuencias mayores. Esto es así porque los modos normales de vibración de cualquier sistema material tienen amplitudes tanto menores cuanto mayores sean sus frecuencias. Por ejemplo, la cuerda primera de una guitarra genera un tono fundamental (modo 1) de 329.63 Hz (en adelante 330, pues nadie notaría la diferencia). En su modo 70 "generaría" un sonido de 23.1 kHz, pero con una amplitud 10^{-18} (una trillonésima parte) de la amplitud del modo 1, lo cual es inaudible. Lo mismo sucede con *todos* los instrumentos musicales (cuerdas, vientos, percusión, etc.).

Aceptemos la existencia de un "super-oído" en el auditorio que escuche estas frecuencias. Esto sería aplicable solamente cuando se presencia el concierto en vivo. Cuando lo que se escucha es una grabación (no importa en qué soporte: vinilo, CD, DVD, magnético, etc.), ésta se hizo utilizando un micrófono. La mayoría de los mejores micrófonos profesionales existentes para audio aseguran una *respuesta plana* (constante para todas las frecuencias) solamente entre 20 Hz y 20 kHz¹. Más allá de ésta última caen abruptamente en su capacidad de detección. Por lo tanto, por más que algún instrumento emita estas altas frecuencias, los buenos micrófonos usuales no las registran y es imposible que queden en la grabación.

1.2 Limitaciones en amplitud

Para que una vibración acústica sobre el oído se escuche, debe de aportar una mínima cantidad de energía por unidad de tiempo (una mínima *potencia*). Esto es igual para todos los mecanismos sensoriales de los seres vivos. Cuando un ojo registra una "total oscuridad" no significa que no llegue absolutamente nada de luz a la retina. Significa que la cantidad de luz que llega por segundo (la potencia luminosa) no es suficiente para activar los mecanismos de registro de los conos y bastoncitos. En el caso del sonido, la potencia acústica que llega al oído es proporcional al cuadrado de la amplitud de las vibraciones. Como para la respuesta del oído en frecuencia, la respuesta a las amplitudes de las vibraciones también es estadística, basada en un gran número de personas jóvenes y sanas.

La psicoacústica ha hecho varios progresos en los últimos tiempos con respecto a la *mínima variación de amplitud detectable* por el oído en una onda acústica. Fastl y Zwicker (2007) han presentado un exhaustivo trabajo en este sentido[4]. Cabe destacar que un resumen muy útil de las conclusiones de Fastl y Zwicker las publicó la Escuela Universitaria de Música del Uruguay (EUMUS)[5].

¹ Existen micrófonos especiales diseñados para calibración que aseguran una respuesta plana (± 1 dB) entre 5 Hz y 50 kHz (p.ej. QTC50 de Earthworks)

En uno de los experimentos relatados por Fastl y Zwicker se somete sucesivamente a cada individuo a dos sonidos de igual frecuencia (1 kHz) con amplitudes de presión acústica ligeramente diferentes. Se detecta entonces la *mínima diferencia perceptible* (JNDL, por “just-noticeable difference of level”). Esta JNDL depende naturalmente del nivel de presión sonora o “volumen” acústico (SPL, por “sound pressure level”). En la figura 1 se grafica esta mínima diferencia en dB para que se puedan distinguir dos sonidos de diferentes SPL (de diferentes intensidades o volúmenes), en función del propio volumen del sonido (véase el anexo 5 por la relación entre el SPL en dB y la presión acústica). Las mediciones se hicieron utilizando un tono de 1 kHz de frecuencia, que corresponde a una región próxima a la mayor sensibilidad del oído a la frecuencia.

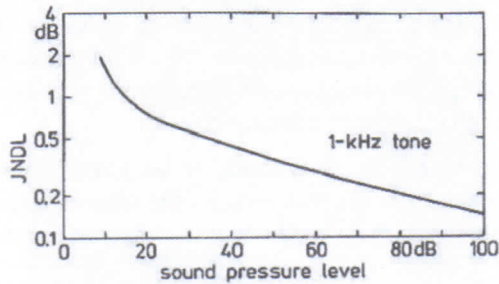


Figura 1: Mínima diferencia perceptible (JNDL) en dB en función del nivel de presión sonora (SPL) para un tono de 1 kHz (según Fastl-Zwicker)

En la figura se observa que para sonidos de bajo nivel (10 dB corresponde a una amplitud de presión acústica de unos $34.6 \mu\text{Pa}$, ver ecuación 10 del anexo 5) la mínima variación audible, según la figura 1, es de 2 dB ($9 \mu\text{Pa}$, ver ecuación 12 del anexo 5). A medida que aumenta el volumen, el oído se vuelve menos sensible a las variaciones de presión (en Pa). A los 100 dB (2 Pa) se requiere una variación de mínima de nivel de 0.15 dB (35 mPa) para que se note la diferencia. Estos resultados son importantes al momento de resolver de qué forma registrar y reproducir las variaciones de amplitud de presión sonora, que son directamente proporcionales a la raíz cuadrada de las potencias (el volumen) del sonido que aprecian nuestros oídos. No tiene ningún sentido aspirar a que las grabaciones puedan registrar sonidos con variaciones de amplitud menores a $9 \mu\text{Pa}$ para sonidos de bajo volumen, o menos de 35 mPa para sonidos de alto volumen, ya que nuestros oídos no los detectarían.

2 El disco de vinilo. Reproducción analógica del sonido

El origen del sonido en un disco de vinilo es enteramente mecánico. Su principio físico es el mismo que el del primer fonógrafo de Edison (1876)². En el fonógrafo, la vibración de una membrana causada por las ondas acústicas, era transmitida a una aguja que lo grababa en un material blando en movimiento de rotación (un cilindro). Las diferentes intensidades del sonido provocan desplazamientos mayores o menores de la aguja, lo cual hace marcas más o menos pronunciadas en el material blando que gira. Las frecuen-

² En realidad, el aparato llamado “fonoautógrafo” lo inventó Édouard-Léon Scott de Martinville en 1857, pero se utilizaba entonces para “hacer la gráfica” de los sonidos grabados por una púa. No se les ocurrió reproducirlos acústicamente usando el mismo principio.

cias del sonido provocan vibraciones más o menos rápidas de la aguja, lo que queda registrado como separaciones variables entre las marcas, debido a que el sustrato está en movimiento. El material blando era de consistencia plástica, por lo que las marcas quedaban en el sustrato. Posteriormente, por algún procedimiento de secado, se endurece el material (o se obtiene una copia del relieve sobre un material más duro). Al volver a girar el rollo grabado y endurecido o su copia en contacto con una aguja (acaso, con el mismo equipo utilizado en la grabación), ésta se pone a vibrar siguiendo las irregularidades del sustrato. La aguja a su vez hace vibrar una membrana que reproducirá, al menos débilmente, el sonido original. El procedimiento de grabación y reproducción con el fonógrafo es enteramente mecánico, del comienzo al final. En el tocadiscos moderno, el relieve grabado con la señal acústica en el sustrato (que hoy es un disco en lugar de un cilindro) también se transmite mecánicamente a una aguja o púa. Pero inmediatamente esta vibración mecánica de la púa se convierte en corriente eléctrica mediante un mecanismo piezoeléctrico o electromagnético. De allí en adelante, esta corriente que transporta la señal se amplifica y se filtra adecuadamente, para convertirse de nuevo en vibraciones mecánicas en el parlante o los auriculares.

En los discos de vinilo el sonido queda grabado en las paredes laterales del surco. De un lado el canal izquierdo y del otro el canal derecho del sistema estereofónico. En la figura 2 con el mayor aumento (imagen de la derecha) se observan claramente ambas paredes del surco.

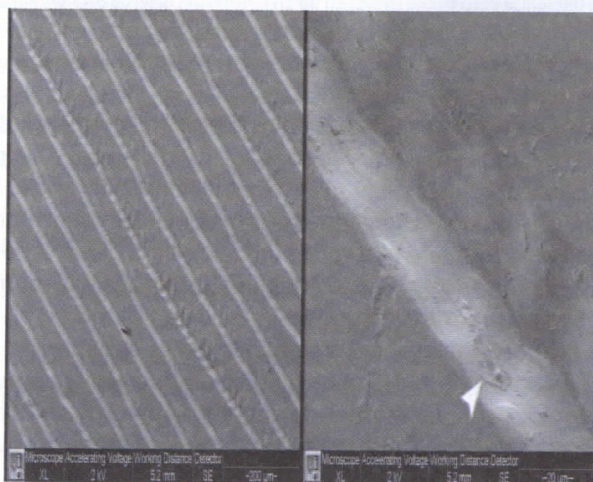


Figura 2: Detalle de los surcos de un disco de vinilo al microscopio electrónico. A la izquierda se muestra una escala de $200\ \mu\text{m}$ y a la derecha $20\ \mu\text{m}$.³

En la figura 3 se muestra la púa lectora sobre el surco en la parte superior con poca magnificación, y con 1000 aumentos en la parte inferior. Acá se observan claramente los relieves que contienen la información del sonido en ambos canales del sistema estereofónico. De esta forma, la púa es accionada lateralmente y sus desplazamientos son proporcionales a la presión acústica instantánea que grabó el disco. Los desplazamientos de la púa se convierten en corriente eléctrica mediante un mecanismo piezoeléctrico o

3 https://commons.wikimedia.org/wiki/File:SEM_vinyl_record.jpg

electromagnético. De esta forma, podemos decir que el sonido se encuentra en las modulaciones de las paredes laterales del surco. La profundidad de estas modulaciones son proporcionales a la amplitud del sonido. La distancia entre las modulaciones definen la frecuencia de los sonidos, como se verá a continuación.

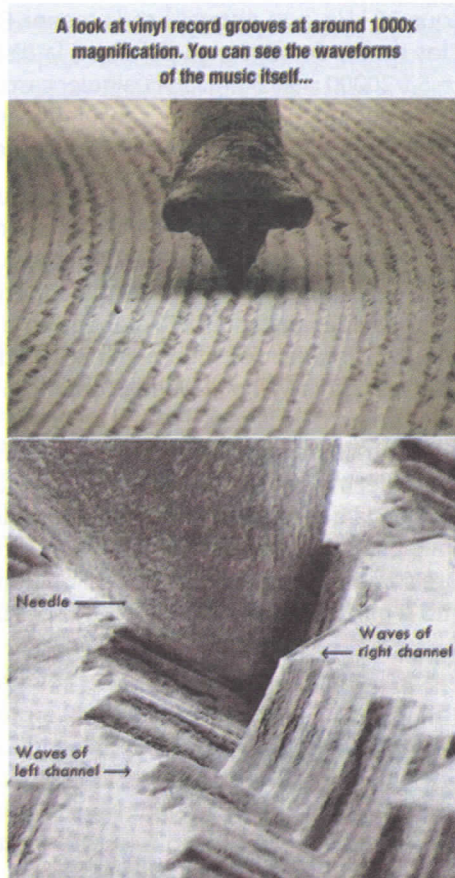


Figura 3: Detalles de la púa levantando la información sonora de un disco de vinilo.⁴

Supongamos que un cierto tono puro de frecuencia f está grabado en el surco. El período correspondiente a esta frecuencia será $T = 1/f$. Si en esa zona del disco la velocidad tangencial del mismo es v_t , entonces la distancia entre dos crestas consecutivas de la modulación con ese período será $d = v_t T$. De forma que la frecuencia de ese sonido está directamente vinculada a la distancia entre dos crestas sucesivas de la grabación, en la forma

$$d = \frac{v_t}{f} \quad (1)$$

4 <http://www.omicrono.com/2015/01/funcionan-los-discos-de-vinilo-microscopio/#>

Esta es una de las limitaciones del disco de vinilo para reproducir frecuencias elevadas. En un disco LP que gira a $33 \frac{1}{3}$ rpm el radio exterior es de 15 cm, por lo que su velocidad tangencial es de 53 cm/s. En tanto que el radio de la zona final del disco es de 6 cm y tiene una velocidad tangencial de 21 cm/s. Utilizando la expresión (1) tenemos que, para reproducir una frecuencia, digamos, de 20 kHz, en el final del disco la separación entre las crestas consecutivas del vinilo grabado debe ser $d = 21/20000 = 10.5 \mu\text{m}$. Si la frecuencia fuese mayor que 20 kHz, esta distancia sería menor. Para la reproducción de la misma frecuencia en los surcos de comienzo del disco, la distancia entre las crestas consecutivas sería de $d = 53/20000 = 26.5 \mu\text{m}$. En cualquier caso, es evidente que el ancho de la púa (en la dirección del surco) debe de ser considerablemente menor que estas distancias. De lo contrario, no será posible reproducir estas frecuencias.

Analicemos esta limitación que tiene el vinilo para las altas frecuencias con un modelo simplificado pero aplicable a los efectos de demostrarla. Utilizaremos el esquema ilustrado en la figura 4. Para no confundir la orientación del dibujo con respecto a la situación real, aclaremos que el plano de la figura es el plano del disco (horizontal). La modulación que se observa como una senoide horizontal está grabada en la pared lateral del surco, como se observa en la fotografía inferior de la figura 3. En esta última imagen vemos que la pared lateral del surco no es vertical, sino inclinada como a 45° . Por lo tanto, la figura 4 corresponde a la línea de contacto de la pared lateral de la púa con la pared lateral del surco grabado, que se encuentra aproximadamente a medio camino entre la superficie superior del surco y el fondo del mismo. Obsérvese en esta figura que está modulada la pared izquierda si venimos en la dirección de desplazamiento del disco. Tanto la dirección de vibración de la púa como la de desplazamiento del disco están entonces en el plano horizontal. La elipse sombreada representa la sección transversal de la púa en la zona de contacto. Es como si mirásemos el disco y el tocadiscos desde arriba.

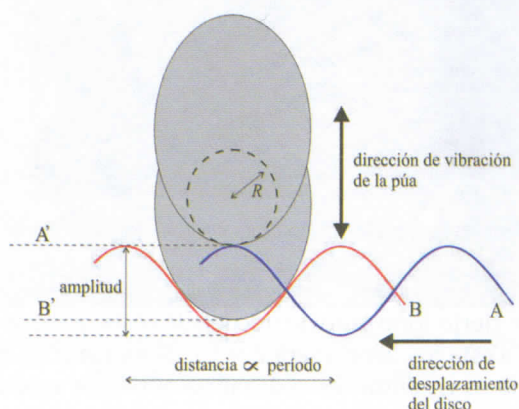


Figura 4: Pérdida de información para las altas frecuencias en discos de vinilo

Supongamos que la grabación consiste en un tono puro de alta frecuencia, como 20 kHz, grabado en la región próxima al final del disco. Según el cálculo hecho antes, la distancia entre las crestas de la modulación debe de ser $d = 10.5 \mu\text{m}$. La figura 4 muestra el desplazamiento del disco desde la posición A hasta la posición B. Esto es, durante medioperíodo. Se muestra también el movimiento lateral de la púa que se desplaza desde A' hasta B' para leer la información grabada. Se observa que si el ancho de esta sección transversal

de la púa en la dirección del surco fuese mayor o igual a $10.5 \mu\text{m}$, no sería posible obtener la lectura de esta frecuencia, puesto que la púa prácticamente no se movería. Pero resulta que, además, esta dimensión de la púa tiene que ser considerablemente menor. De lo contrario, la púa no llegará hasta el fondo de la modulación perdiendo amplitud del sonido, como se ilustra en la figura. Para que esa sección transversal de la púa llegue hasta el fondo de la depresión, su radio de curvatura R debe de ser menor que el radio de curvatura de la senoide en el fondo de la misma. Si d es la distancia entre los picos de la modulación y h es la profundidad de la depresión (que corresponde a la amplitud del sonido), el resultado (15) del apéndice 6 nos dice que el radio de curvatura de la púa en la línea de contacto con la pared grabada debe de cumplir la desigualdad

$$R < \frac{d^2}{2\pi^2 h} \quad (2)$$

para no perder información sobre la amplitud del sonido en las altas frecuencias.

Cuanto mayor sea la frecuencia a resolver en la reproducción de la grabación, menor debe de ser la distancia d de acuerdo con (1). Esto impone menores tamaños de la púa. Pero además cuanto mayor sea la amplitud h del sonido a detectar, también se requiere menor radio R para la sección de la púa. Todo ello conspira contra la eficiencia del disco de vinilo para reproducir altas frecuencias a elevados niveles de sonido. Tampoco es concebible técnicamente una púa demasiado delgada, pues resultaría más débil. Por ello se fabrican de materiales muy duros como zafiro o diamante. Y esto último conspira contra la integridad del material del disco, pues para las altas frecuencias las distancias entre las crestas en la figura 4 se reducen, lo que debilita el sustrato de vinilo.

De hecho, a la larga se termina destruyendo el disco. Téngase en cuenta que esta forma mecánica de lectura siempre implica *rozamiento*, y el rozamiento termina desbastando la superficie más blanda. En realidad, las púas deberían de ser más blandas y el sustrato más duro. Es preferible cambiar la púa cada tanto que tener que descartar un disco. Si bien existen púas modernas cuyo radio de curvatura R es de algunos pocos micrómetros[6], la relación (2) impone una restricción a la profundidad h de la modulación, y con ello, a la amplitud del sonido obtenible.

A los efectos de aplicar la relación (2) con datos reales, acudimos a la fotografía con escala de un surco de un disco de vinilo, observado con microscopio electrónico (figura 5). Se observa claramente una modulación prácticamente senoidal sobre la pared izquierda del surco central en la imagen. En esta fotografía la distancia que hemos llamado d entre dos crestas consecutivas es del orden de los $50 \mu\text{m}$, por lo que no corresponde a la frecuencia extrema de 20 kHz que nos interesa. Pero lo que nos importa en esta imagen es la amplitud de la modulación del orden de $h \approx 25 \mu\text{m}$. Esta amplitud corresponde a cierta intensidad de sonido. No sabemos cuál, pero se trata de una posibilidad real para un disco de vinilo. Si suponemos que con esta amplitud está grabado un sonido de frecuencia 20 kHz en la zona final del disco LP, ya hicimos el cálculo de que le corresponde una distancia entre crestas de $d = 10.5 \mu\text{m}$. Poniendo estos valores para d y h en la relación (2), encontramos que debe de exigirse para la púa, en la zona de contacto con la pared del surco, un radio de curvatura $R < 0.22 \mu\text{m}$, cuando las mejores púas tienen, como mínimo, tamaños del orden de algunos micrómetros[6]. Aunque estos cálculos se basen

en un modelo simple y aproximado, dan una idea de lo ilusorio que es la suposición de algunos de que en un disco de vinilo se puedan reproducir frecuencias de 20 kHz o más.

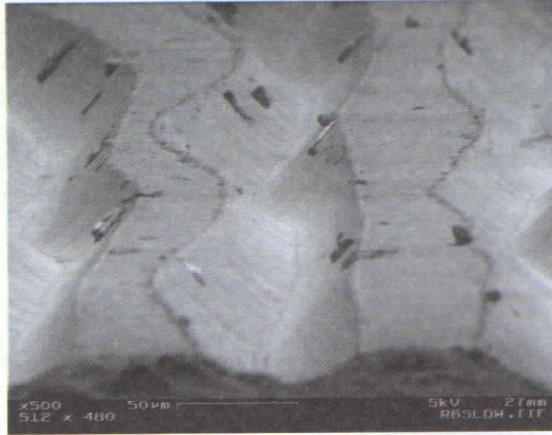


Figura 5: Surco de un disco de vinilo al microscopio electrónico.⁵

Otro inconveniente del disco de vinilo es la acumulación de polvo que se origina por su frecuente acumulación de carga electrostática. Como todo sistema que funciona en base al rozamiento, genera cargas que atraen las partículas de polvo del ambiente. Naturalmente que este inconveniente se resuelve limpiando cuidadosamente la superficie del vinilo con cierta frecuencia.

3. El CD y el DVD. Reproducción digital del sonido

La presión acústica no es más que un promedio de las fuerzas que ejerce el gigantesco número de moléculas que chocan por unidad de tiempo sobre la membrana del tímpano o del micrófono. Esto hace que se pueda interpretar como una función continua del tiempo, como se ilustra en la figura 6. El cuadrado de la amplitud de esta presión es proporcional a la energía del sonido, y es lo que apreciamos como el “volumen” del mismo.

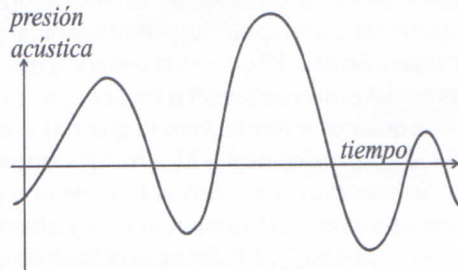


Figura 6: La presión producida por el sonido como función continua del tiempo

⁵ <http://www.synthgear.com/2014/audio-gear/record-grooves-electron-microscope>

Sin embargo, esta curva continua no es lo que el oído percibe y transmite como señal acústica a nuestro cerebro. De acuerdo a lo discutido en la sección 1.2, existe una *mínima diferencia perceptible* (JNDL) entre dos intensidades acústicas. Una diferencia menor que ésta no es distinguible, por lo que la señal transmitida por el oído permanece constante ante una pequeña variación de presión. Considerando un “zoom” de una pequeña porción de la figura 6 correspondiente a la señal acústica captada por el oído, la función ya no es continua, sino que tiene un aspecto escalonado, como se ilustra en la figura 7. El valor de la JNDL depende de la frecuencia y de la intensidad del sonido, como se mencionó en la sección 1.2. Para una frecuencia en torno a 1 kHz, oscila entre unos $35 \mu\text{Pa}$ para sonidos fuertes hasta unos $9 \mu\text{Pa}$ para sonidos débiles. Siempre existirán estos pequeños “saltos”.

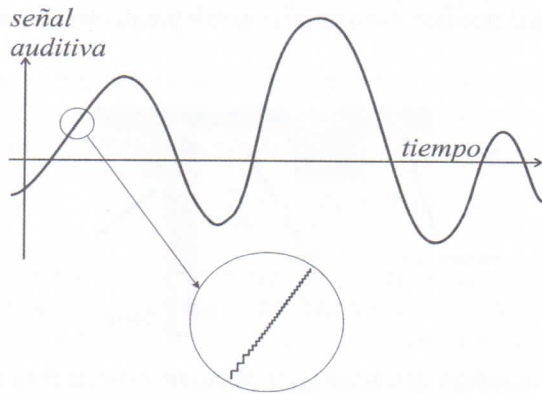


Figura 7: Debido a la existencia de una *mínima diferencia perceptible* por el oído humano, la señal auditiva transmitida al cerebro no es rigurosamente continua.

3.1 Almacenamiento del sonido en el CD

En la figura 8 aparece una foto magnificada de la superficie de un CD grabado. El largo de las elevaciones observadas sobre el fondo, así como la distancia entre ellas, contienen la información del sonido grabado. La información se lee mediante un láser enfocado sobre la superficie mientras el disco gira. La dirección de movimiento es paralela a la longitud mayor de las elevaciones. La constitución física del disco no es de nuestro interés acá, y se puede encontrar en múltiples sitios de internet.

Nos interesa analizar qué es lo que lee el láser cuando el disco se mueve. En la figura 9 se muestra un esquema simplificado del funcionamiento. La altura de las elevaciones es de $1/4$ de la longitud de onda del láser, por lo que entre la luz reflejada sobre la base y la reflejada en la elevación hay $1/2$ de la longitud de onda (como en la figura). Esto lleva a una interferencia destructiva en el detector (no llega luz). En cambio cuando la luz se refleja enteramente sobre la base o la cima, no hay diferencia de fase y se obtiene la máxima iluminación sobre el detector. Contrariamente a lo imaginado, cuando la luz no llega al detector (cuando se refleja en cualquiera de los bordes de la elevación), el sistema asigna un “1” a la señal, y cuando la intensidad es máxima, asigna un “0”. Por ello el sistema es “binario” y cada valor se llama 1 *bit*. La situación es, en verdad, un poco más compleja, porque deben incluirse los efectos de difracción[8]. Pero, en aras de la sencillez, la descripción es correcta al punto de que conduce a los mismos resultados.

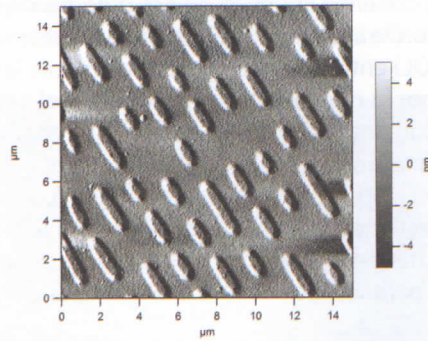


Figura 8: Vista al microscopio electrónico de la superficie grabada sobre aluminio en un CD.⁶

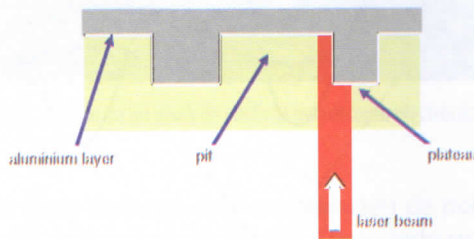


Figura 9: Esquema simplificado de la incidencia y la reflexión del láser (en la misma dirección) sobre la superficie del CD grabado.

A los efectos de cubrir precisamente los posibles errores debido a la dimensión finita del foco del láser sobre el disco (la difracción), se acuerda una longitud mínima de las elevaciones (y de las zonas entre ellas) para asignarles, al menos, 3 bits (serían dos ceros en medio de la región y un uno en un borde)[8]. En la parte inferior de la figura 10 se muestra la lectura en bits, obtenida por el láser sobre una porción de un CD grabado.

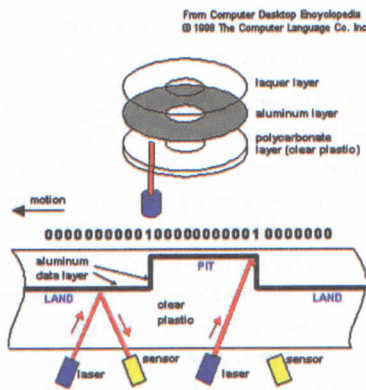


Figura 10: Esquema de el resultado de la lectura en bits en una porción del disco.⁷

6 https://en.wikipedia.org/wiki/File:Afm_cd-rom.jpg

7 http://www.co-bw.com/Audio_everything_you_wanted_to_know_about_CDs.htm

Conforme al diámetro del foco del láser utilizado en la lectura de CDs, se estableció una longitud mínima de las elevaciones y valles en $0.833 \mu\text{m}$. Es interesante destacar que la velocidad lineal del CD es constante, contrariamente al disco de vinilo en el que es constante la velocidad angular. Además, la lectura se hace desde el centro hacia el borde, con una velocidad de $v = 1.2 \text{ m/s}$. Considerando que en esa longitud mínima hay 3 bits de información, el tiempo de lectura para cada bit es

$$\tau = \frac{0.833 \times 10^{-6}}{3 \times 1.2} = 231.4 \text{ ns} \quad (3)$$

De forma que la frecuencia de lectura de datos es

$$f_d = \frac{1}{\tau} = 4.322 \times 10^6 \text{ Hz} \quad (4)$$

Es necesario introducir bits de verificación, de redundancia de la información, de corrección de errores, etc. Esto resulta en que de cada 588 bits solamente hay 192 que contienen la información del audio[9]. Entonces, la frecuencia de lectura de bits de audio es

$$f_b = \frac{192}{588} f_d = 1.411 \times 10^6 \text{ Hz} \quad (5)$$

Para cuantificar la amplitud de la señal en cada lectura se seleccionan 16 bits (para ambos canales stereo). Esto significa que cada 16 bits tendremos las lecturas numéricas que corresponderán al volumen del sonido, con lo que la frecuencia de muestreo de audio será

$$f_s = \frac{1.411 \times 10^6}{16} = 88.2 \text{ kHz} \quad (6)$$

Por lo tanto, corresponde una frecuencia de muestreo de

$$f = 44.1 \text{ kHz} \quad (7)$$

para cada canal del sistema stereo. De acuerdo al teorema del muestreo de Nyquist-Shannon, la máxima frecuencia audible en un CD es la mitad de la de muestreo. Esto es, 22.05 kHz. Este resultado cumple con las expectativas de que la frecuencia límite superior audible por el humano medio es del orden de los 20 kHz.

No obstante, en la resolución de amplitud del sonido para el CD, vimos que le corresponden 8 bits para cada canal. Esto da un máximo número de valores de $2^8 = 256$ valores de amplitud acústica, lo que debe cubrir un rango razonable de niveles de presión sonora (SPL), digamos entre 0 dB y 100 dB. Estos valores corresponden a presiones sonoras de $20 \mu\text{Pa}$ y 2 Pa , respectivamente (ver anexo 5). Entre estos valores debemos distribuir los 256 niveles lo que nos daría una resolución de

$$r = \frac{2 - 20 \times 10^{-6}}{256} \approx 8 \text{ mPa/bit} \quad (8)$$

Esto significa que la menor variación de presión sonora registrable por el CD (que corresponde a la variación de 1 bit) es de 8 milipascas. Según lo calculado al final de la sección 1.2 el oído también tiene límites en su resolución. Para bajas intensidades acústicas (del orden de 10 dB) el oído distingue variaciones mayores de $5 \mu\text{Pa}$ (lo que no alcanza a 1 bit), y para altas intensidades (100 dB) distingue variaciones de 35 mPa (que son como 4 bits). Conclusión: a altos volúmenes sonoros, la resolución del CD en amplitud acústica

cubre bien los requerimientos del oído, pero a bajos volúmenes el CD pierde información que el oído podría distinguir.

3.2. El DVD de audio

La insuficiente resolución del CD en la amplitud del sonido en bajos volúmenes ha quedado completamente superado por la tecnología. El DVD utiliza un láser de menor longitud de onda, con lo que las elevaciones pueden ser mucho más chicas, así como las distancias entre ellas. Esto no solamente permite obtener mayor capacidad de almacenamiento en igual tamaño de disco, sino que permite una mayor frecuencia de muestreo. La longitud de las elevaciones, aún almacenando un mínimo de 3 bits, puede ser menor (es menor el tamaño de la mancha focal por difracción). Esta longitud es de $0.4 \mu\text{m}$, con lo que resulta un período menor por bit, de acuerdo con la ecuación (3). En la figura 11 se ilustra la comparación entre las dimensiones del CD y el DVD.

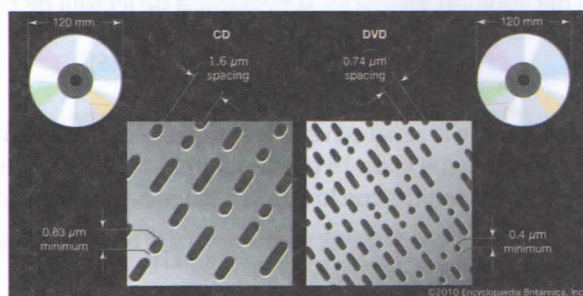


Figura 11: Comparación de la estructura física del CD con la del DVD.⁸

Esta ventaja se arrastra en las ecuaciones (4),(5),(6) y (7), por lo cual terminamos con una frecuencia de sampleo por canal de audio de 96 kHz, que da una frecuencia máxima de la señal (por si hiciera falta) de 48 kHz, contra los 22 kHz del CD. Pero además de esto, en lugar de los 8 bits de audio en la amplitud de la señal (que nos daba la posibilidad de $2^8 = 256$ valores), se pueden almacenar las amplitudes en 16, 20 o 24 bits por canal[10]. Por ejemplo, con 20 bits de profundidad podemos obtener $2^{20} = 1048576$ valores para registrar las amplitudes audibles entre 0 ($20 \mu\text{Pa}$) y 100 dB (2 Pa). De acuerdo con (8) esto da para el DVD una resolución en amplitud de

$$r = \frac{2 - 20 \times 10^{-6}}{1048576} \approx 2 \mu\text{Pa/bit} \quad (9)$$

Lo cual supera la resolución más exigente para el oído, esto es, a los más bajos niveles acústicos de presión ($5 \mu\text{Pa}$).

4 Conclusiones

Podemos decir que, desde el punto de vista técnico, los formatos más modernos de almacenamiento acústico digital cubren completamente las exigencias del oído. Pueden

⁸ <https://www.britannica.com/topic/DVD>

reproducir frecuencias de 48 kHz y más (aunque no sean audibles para nadie) y distinguir variaciones de amplitud de $2 \mu\text{Pa}$, cuando el límite de resolución del oído es de $5 \mu\text{Pa}$ en la zona donde éste es más sensible (baja intensidad). Hemos demostrado que la calidad acústica del disco de vinilo es inferior. Aunque se debe reconocer que, en lo que respecta a la resolución en amplitud a bajas intensidades acústicas, el vinilo puede superar al CD que profundiza solamente con 8 bits.

Pero no todo es tecnología a la hora de escuchar música. No cabe duda de que un concierto en vivo, en una sala adecuada, suena mejor que cualquier formato digital o analógico. Lo mismo sucede con el disco de vinilo. Hay gente que siente placer en escuchar un LP de vinilo, hasta con el "shhh" que se le puede oír en el fondo debido a las malas condiciones de la púa o de la superficie gastada. Como ejemplo extremo, mencionemos la estufa a leña. No debe haber otro calefactor de peor eficiencia, pero ¿quién no siente placer de sentarse junto a ella mientras miramos el fuego, leemos un libro o escuchamos un disco de vinilo?. Así, no todo lo placentero es necesariamente lo más eficiente. El disco de vinilo es como la estufa a leña. Y esta afirmación no lo invalida, sino que lo rescata.

References

- [1] Harry F. Olson, *Music, physics and engineering*, 2nd. Edition, Dover Publications, Inc. (1967)
- [2] K. R. Henry and G. A. Fast, "Ultrahigh-frequency auditory thresholds in young adults: Reliable responses up to 24 kHz with a quasi-free-field technique", *Audiology* 23, pp 477-489, 1984
- [3] Kauru Ashihara, "Hearing thresholds for pure tones above 16 kHz", *J. Acoust. Soc. Am.* 122(3), September 2007.
- [4] Hugo Fastl and Eberhard Zwicker, *Psychoacoustics. Facts and models*, 3er. Edition, Springer 2007, Chap. 7
- [5] <http://www.eumus.edu.uy/docentes/maggiolo/acuapu/umb.html>
- [6] <http://www.sound-smith.com/articles/stylus-shape-information>
- [7] Bronshtein y Semendiaev, *Manual de matemáticas para ingenieros y estudiantes*, Ed. Mir, 1993. Cap. "Geometría diferencial"
- [8] Ken C. Pohlman, *The compact disc handbook*, Oxford University Press, 2001
- [9] John A. Cope, *The physics of the compact disc*, Phys. Educ, 28 (1993), UK.
- [10] <https://en.wikipedia.org/wiki/DVD-Audio>

Apéndices

5 Nivel de presión sonora (SPL)

El nivel de presión sonora (sound pressure level, SPL) se mide en decibeles (dB) y se define con respecto a una presión de referencia, usualmente con respecto a la mínima presión audible por el oído medio que es $P_0 = 20 \mu\text{Pa}$. Su definición es

$$L = 20 \log \left(\frac{P}{P_0} \right) \quad (10)$$

donde $\log$ es el logaritmo de base 10. Así la diferencia de SPL entre dos niveles L' y L correspondientes a dos presiones acústicas P' y P es

$$\Delta L = L' - L = 20 \log \left(\frac{P'}{P} \right) = 20 \log \left(\frac{P + \Delta P}{P} \right) \quad (11)$$

De donde resulta que la variación relativa de presión es

$$\frac{\Delta P}{P} = 10^{\Delta L/20} - 1 \quad (12)$$

6 El tamaño de la sección lectora de la púa

En la figura 4 tomemos el eje x horizontal paralelo a los surcos (dirección de desplazamiento del disco), y el eje y también horizontal pero en la dirección de la modulación (dirección de vibración de la púa). Si llamamos h a la amplitud pico a pico de la modulación y d al período espacial de la misma, podemos escribir para esta modulación periódica la expresión

$$y(x) = \frac{h}{2} \sin \left(2\pi \frac{x}{d} \right). \quad (13)$$

El radio de curvatura de una función $y(x)$ en un punto x de la misma es[7]

$$R_c = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''} \quad (14)$$

donde y' e y'' son la primera y segunda derivadas respectivamente.

En las cimas y valles de la senoide de la figura 4 es $2\pi x/d = \pi/2$ o $3\pi/2$. El valor absoluto del radio de curvatura en esos puntos será, según (14),

$$R_c = \frac{d^2}{2\pi^2 h} \quad (15)$$

El radio de curvatura máximo R de la punta de la púa en contacto con la pared lateral modulada ha de ser menor que el resultado (15) para que ésta pueda alcanzar la profundidad de la modulación en la figura 4.

Un experimento sobre la polarización de la luz y la ley de Malus usando teléfonos inteligentes

**Martín Monteiro^(a), Cecilia Stari^(b),
Cecilia Cabeza^(c), Arturo C. Martí^(d),**

^(a) Universidad ORT, Uruguay; monteiro@ort.edu.uy

^(b) Universidad de la República, Uruguay, cstari@fing.edu.uy

^(c) Universidad de la República, Uruguay, cecilia@fisica.edu.uy

^(d) Universidad de la República, Uruguay, marti@fisica.edu.uy

La ley de Malus, que originalmente fuera concebida como una ley empírica, es hoy considerada clave para mostrar la conexión intrínseca entre la óptica y el electromagnetismo, así como la naturaleza transversal de las ondas electromagnéticas. En este trabajo se propone una configuración sencilla y económica para verificar cuantitativamente la naturaleza de la luz polarizada. Una pantalla de computadora plana sirve como fuente de luz linealmente polarizada y un teléfono inteligente (poseedor de sensores incorporados de luz ambiental y de orientación) se utiliza para experimentar con luz polarizada y verificar la ley de Malus.

Óptica y experimentos con teléfonos inteligentes

En los últimos años se han propuesto una gran cantidad de experimentos de física basados en teléfonos inteligentes. Sorprendentemente, los experimentos relacionados con la luz y la óptica, y especialmente los que utilizan el sensor de luz ambiental¹⁻², han recibido poca atención en comparación con los experimentos de mecánica, oscilaciones o magnetismo. Hay que mencionar dos excepciones. En la referencia 1, los autores propusieron una verificación simple de la ley del cuadrado inverso usando el sensor de luz de un teléfono o una tableta. En un enfoque diferente², se ha propuesto el sensor de luz ambiente para medir distancias indirectamente y analizar resortes acoplados que experimentan movimientos oscilatorios. Aquí, nos centramos en un experimento utilizando el sensor de luz ambiente que involucra la polarización de la luz³⁻⁹ y, en particular, la ley de Malus.

Otra característica destacable es la capacidad de los teléfonos inteligentes para medir simultáneamente con varios sensores. Esto hecho constituye una gran ventaja ya que permite realizar una gran variedad de experimentos, incluso al aire libre, evitando la dependencia de instrumentos frágiles o no disponibles. En trabajos anteriores se propuso el uso simultáneo de dos sensores como el giroscopio y el acelerómetro para relacionar la velocidad angular, la energía de rotación, la aceleración centrípeta y tangencial¹⁰⁻¹². En otro experimento, el sensor de presión y el GPS se utilizaron en sincronía para encontrar la relación entre la presión atmosférica y la altitud¹³.

En este trabajo, proponemos un experimento en el que aprovechamos las capacidades de un teléfono inteligente para verificar la ley de Malus. La intensidad de la luz polariza-

da desde un monitor de ordenador se mide por medio del sensor de luz ambiente con un pequeño polarizador unido a él, mientras que el ángulo entre la polarización y el polarizador se mide por medio del sensor de orientación. El uso simultáneo de estos dos sensores nos permite simplificar la configuración experimental y completar un conjunto de medidas en pocos minutos. Los resultados experimentales de la intensidad de la luz en función del ángulo muestran un excelente acuerdo con la ley de Malus.

Luz polarizada

La luz, como cualquier otra onda electromagnética, se propaga como una onda transversal, con campos eléctricos y magnéticos oscilando perpendicularmente a la dirección de propagación (véase un libro de física general estándar). La dirección del campo eléctrico se llama polarización de la onda. En una onda plana polarizada linealmente, el campo eléctrico permanece en la misma dirección. Este estado puro de polarización se llama polarización lineal. La luz natural (por ejemplo, la luz emitida por un objeto incandescente) al ser una mezcla aleatoria de ondas con diferentes polarizaciones es luz no polarizada, o más precisamente, luz aleatoriamente polarizada.

Según el teorema de Poynting, el flujo de energía (intensidad de la luz o iluminancia, I) asociado a las ondas electromagnéticas planas es proporcional al cuadrado de la amplitud del campo eléctrico. Cuando la luz interactúa con la materia se modifica su comportamiento, principalmente su intensidad y su velocidad. Además, algunos materiales son capaces de modificar la luz de manera diferente en cada dirección espacial. Este es el caso, por ejemplo, de polarizadores lineales que pueden convertir luz no polarizada en luz polarizada lineal. Un polarizador ideal atenúa completamente la luz polarizada en una dirección y transmite completamente la luz con la polarización ortogonal.

Consideremos un haz de luz linealmente polarizada incidente sobre un polarizador. La amplitud del campo eléctrico antes del polarizador es E_0 y su intensidad es I . Sea θ el ángulo entre el eje del polarizador y la polarización de la luz incidente. El campo eléctrico que pasa a través del polarizador es la componente en la dirección del eje. Por lo tanto, la intensidad de la luz que pasa por el polarizador es

$$I = I_0 \cos^2 \theta \quad (1)$$

Esta es la llamada ley de Malus, llamada así por el físico francés Étienne-Louis Malus, quien descubrió la polarización óptica en 1808.

El experimento

En este experimento, se necesita una fuente de luz polarizada, un polarizador, un fotómetro y una forma de medir ángulos. La fuente de luz polarizada lineal es un monitor de computadora plano (o pantalla de TV LCD) en color blanco llano⁴⁻⁶. El sensor de luz ambiente, situado cerca de la cámara frontal, y el sensor de orientación de un teléfono inteligente LG-G3 se utilizan para medir la iluminancia y los ángulos, respectivamente. Se coloca una pequeña pieza de polarizador (un cuadrado de aproximadamente 1 cm de lado, procedente de la pantalla de una calculadora antigua) sobre el sensor de luz ambiente, como se muestra en la figura 1.



Figura 1. Polarizador colocado sobre el sensor de luz ambiente, típicamente ubicado junto a la cámara frontal.

El sensor de luz ambiente funciona como un fotómetro y mide la iluminancia, es decir, el flujo luminoso total incidente sobre una superficie, por unidad de área, cuya unidad es el lux. Sin embargo, en la ley de Malus, la variable relevante es la irradiancia (o intensidad luminosa, es decir, la potencia total recibida por unidad de área perpendicular a la dirección de propagación, medida en W/m^2)¹⁴. La iluminancia, contrariamente a la irradiación, considera el hecho de que los ojos humanos son más sensibles a algunas longitudes de onda que otros, y, por consiguiente, cada longitud de onda está ponderada de manera diferente. En nuestra configuración experimental, ya que el espectro de la fuente de luz no cambia, la irradiancia es proporcional a la iluminancia.

El ángulo entre la luz polarizada de la pantalla y el polarizador conectado al teléfono inteligente se obtiene utilizando el pseudo-sensor de orientación del teléfono inteligente¹⁵. Este sensor proporciona los tres ángulos necesarios para determinar la orientación del teléfono inteligente: pitch, roll y azimut. En particular, el pitch es el ángulo entre la dirección horizontal y el eje y del teléfono inteligente.

La aplicación Physics Toolbox¹⁶ se utiliza para registrar simultáneamente la iluminancia y el ángulo. Esta aplicación tiene una opción, "Reporte Múltiple", en la que podemos elegir los sensores que vamos a utilizar. En este caso seleccionamos el sensor de luz y el de orientación. Con la aplicación iniciada, el teléfono inteligente con el polarizador se coloca delante del monitor en posición vertical como se indica en la figura 2. De este modo la distancia no cambia y la intensidad de la luz es constante.

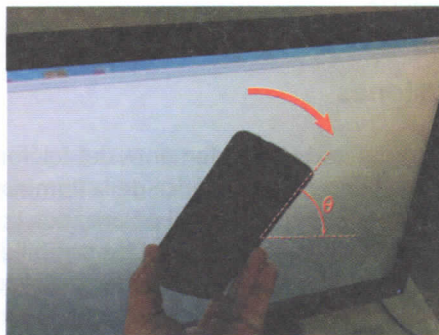


Figura 2. Para realizar las medidas se gira el teléfono sobre la pantalla, mientras se adquieren simultáneamente los valores de los sensores de rotación y de luz ambiente.

Un aspecto importante de la configuración experimental es que el ángulo pitch del teléfono inteligente debe coincidir con el ángulo entre la polarización y el polarizador (figura 3). Para que esto se cumpla, el experimento se inicia colocando el teléfono en posición vertical delante de la pantalla para que el ángulo de inclinación sea -90° . A continuación, manteniendo fijo el teléfono, se gira el polarizador buscando un mínimo en la intensidad de la luz. Cuando se encuentra esta posición, el polarizador se fija con un pequeño trozo de cinta sobre el sensor de luz. Como resultado de este procedimiento, el eje del polarizador queda perpendicular a la polarización de la luz que procede de la pantalla, como se indica en el panel derecho de la figura 3.

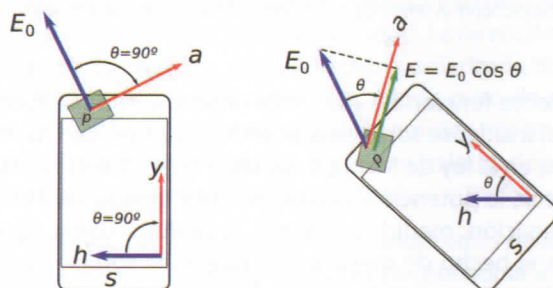


Figura 3. El teléfono, S, con el polarizador, p, sobre el sensor de luz, visto desde la pantalla de la computadora. Inicialmente, con el eje y del teléfono en posición vertical, se ajusta el polarizador hasta quedar perpendicular a la dirección de polarización de la luz emitida por la pantalla. Cuando el teléfono se gira, el ángulo que forma con la vertical coincide con el ángulo entre el eje del polarizador y la dirección de polarización.

Después, empezamos a recopilar datos con la aplicación y el teléfono inteligente se gira suavemente delante de la pantalla completando al menos un cuarto de revolución. Se debe tener en cuenta que, debido a la simetría de la ley de Malus, la recopilación de datos correspondientes a un rango más amplio producirá una repetición de los valores. Una vez que se registran los datos, la aplicación PhysicsToolbox guarda un archivo csv que se puede descargar a una PC y analizarse con el software apropiado. Los archivos csv, compuestos de varias columnas (que muestran las variables de los sensores elegidos) separados por una coma (u otro carácter de acuerdo con su configuración local) son muy fáciles de utilizar. En este experimento usamos sólo las columnas correspondientes al ángulo *pitch* y la iluminancia.

Resultados y conclusiones

Los valores experimentales obtenidos directamente del teléfono inteligente se muestran en la figura 4, junto con la predicción teórica de la iluminancia normalizada como una función del ángulo entre la polarización y el polarizador. Los datos experimentales se pueden ajustar de acuerdo a diferentes formas. Una posibilidad es realizar una linealización de la iluminancia en función del coseno cuadrado del ángulo, como se muestra en la figura 5. Otra posibilidad es realizar una linealización logarítmica de la Ec. 1, como se muestra en la figura 6. La pendiente del ajuste lineal, que corresponde al exponente en la ley de Malus, es $1,96 \pm 0,02$ y el coeficiente de regresión es $R^2 = 0,99316$.

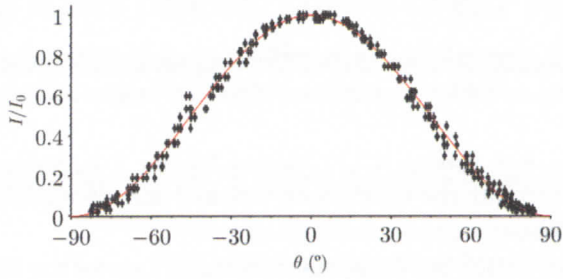


Figura 4. Datos experimentales (círculos), de iluminancia normalizada con respecto al máximo de luz transmitida en función del ángulo. La línea continua muestra la predicción teórica de la Ley de Malus.

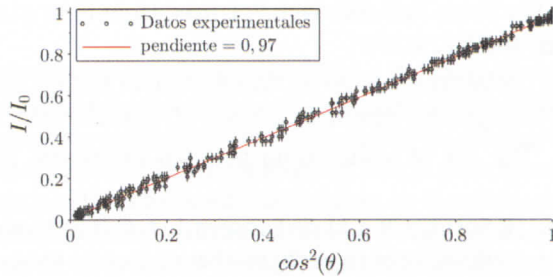


Figura 5. Iluminancia normalizada en función del coseno cuadrado del ángulo y ajuste lineal de pendiente esperada igual a la unidad.

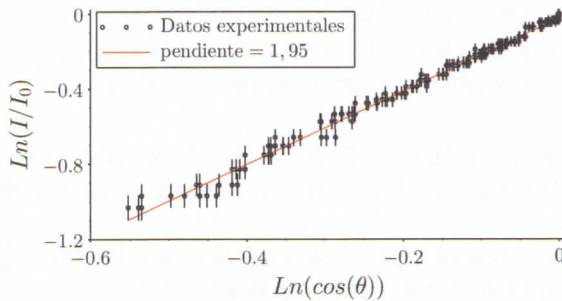


Figura 6. Logaritmo de la iluminancia normalizada en función del logaritmo del coseno del ángulo y ajuste lineal de pendiente esperada igual a 2.

Finalmente destacamos que los valores experimentales están en excelente acuerdo con los esperados, y concluimos que, gracias al uso simultáneo de dos sensores poco utilizados de un teléfono inteligente, es posible verificar la ley de Malus de una manera muy accesible para los estudiantes, promoviendo autonomía e involucramiento. Además, se pueden idear más experimentos utilizando teléfonos inteligentes y polarizadores, por ejemplo, con placas de onda o retardadores (como placas de media onda y placas de cuarto de onda) o polarizadores circulares como los usados en algunas salas de cine en 3D o incluso con cinta de celofán de bajo costo para explorar birrefringencia¹⁷.

Referencias

- ¹L.P. Vieira, V.O.M. Lara, D.F. Amaral, (2014), "Demonstração da lei do inverso do quadrado com o auxílio de um tablet/smartphone," *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 36(3), 3505.
- ²Sans, J. A., Manjón, F. J., Pereira, A. L. J., Gómez-Tejedor, J. A., & Monsoriu, J. A. (2013). "Oscillations studied with the smartphone ambient light sensor," *European Journal of Physics*, 34(6), 1349.
- ³Sanford C. Gladden (1950). "An Experiment on Malus' Law for the Elementary Laboratory," *American Journal of Physics* 18(6), 395.
- ⁴Thomas M. Ciferno, Renate J. Ondris-Crawford and Gregory P. Crawford (1995). "Inexpensive electrooptic experiments on liquid crystal displays," *The Physics Teacher* 33(2), 104-110.
- ⁵Fakhruddin, H. (2008). "Some Activities with Polarized Light from a Laptop LCD Screen," *The Physics Teacher*, 46(4), 229-231.
- ⁶Larissa Vertchenko, Lev Vertchenko (2016). "Verification of Malus's Law using a LCD monitor and Digital Photography," *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 38(3), e3311.
- ⁷Gottlieb, H. (1980). "The law of Malus using polaroid polarizers," *The Physics Teacher*, 18(8), 612-614.
- ⁸MA. Dias Tavares Jr., L. P. Sosman, R. J. M. da Fonseca, L. A. C. P. da Mota, and M. Muramatsu (2008). "Using a photo-resistor to verify irradiance inverse square and Malus' laws," *AIP Conference Proceedings* 992, 193-198.
- ⁹M. Kutzner, R. Wright and E. Kutzner (2010) "An inexpensive LED light sensor", *The Physics Teacher*, 48(5), 341.
- ¹⁰Monteiro, M., Cabeza, C., Marti, A. C., Vogt, P., & Kuhn, J. (2014). "Angular velocity and centripetal acceleration relationship", *The Physics Teacher*, 52(5), 312-313.
- ¹¹Monteiro, M., Cabeza, C., & Martí, A. C. (2014). "Exploring phase space using smartphone acceleration and rotation sensors simultaneously", *European Journal of Physics*, 35(4), 045013.
- ¹²Monteiro, M., Cabeza, C., & Martí, A. C. (2015). "Acceleration Measurements Using Smartphone Sensors: Dealing with the Equivalence Principle", *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 37(1), 1303.
- ¹³Monteiro, M., Vogt, P., Stari, C., Cabeza, C. and Marti, A.C. (2016). "Exploring the atmosphere using smartphones", *The Physics Teacher*, 54(5), 308.
- ¹⁴Hecht, E. (1998). *Optics. Addison Wesley.*
- ¹⁵Se denomina *pseudo-sensor* porque no mide directamente la inclinación sino que la obtiene a partir de algoritmos y las mediciones de sensores incorporados: el acelerómetro, el magnetómetro y, eventualmente, el giróscopo.
- ¹⁶Physics Toolbox <http://www.vieyrasoftware.net/>
- ¹⁷Velasquez, P., Sánchez-López, M. del Mar, Moreno, I., Puerto, D. and Mateos, F. (2005). "Interference birefringent filters fabricated with low cost commercial polymers", *American Journal of Physics* 73, 357.

Volviendo a las raíces: cómo crear fotos estroboscópicas a partir de vídeos digitales

Daniel Baccino^(a), Álvaro Suárez^(b), Arturo C. Martí^(c)

^(a) Consejo de Formación en Educación, dbaccisi@gmail.com

^(b) Consejo de Formación en Educación, alsua@outlook.com

^(c) Facultad de Ciencias, Universidad de la República, marti@fisica.edu.uy

Resumen

Mostramos aquí cómo crear a partir de filmaciones digitales usando el conocido software Tracker fotos estroboscópicas con el objetivo de analizar distintos tipos de movimientos. La ventaja de este procedimiento es que es posible analizar la foto impresa o en la pantalla de forma intuitiva para los estudiantes. Luego de presentar una perspectiva histórica de la utilización de las fotos estroboscópicas en la enseñanza media discutimos varios ejemplos: el movimiento de un autito a control remoto, un choque elástico en el plano, el movimiento de un proyectil y también un experimento de electromagnetismo, más concretamente, la descarga de un capacitor medida utilizando un multímetro analógico.

Palabras clave:

Fotos estroboscópicas, Tracker, cinemática.

1. Introducción

Desde hace más de cuatro décadas el uso de fotografías estroboscópicas es un recurso muy extendido en la enseñanza a nivel medio, especialmente en temas de cinemática y dinámica. Las fotografías de exposición múltiple o estroboscópicas consisten en la toma, mediante una cámara convencional con el obturador abierto, del movimiento de un objeto iluminado por una luz estroboscópica, es decir, un flash disparado a intervalos regulares. Este tipo de fotografía tiene la ventaja que resulta bastante claro e intuitivo para los estudiantes entender cualitativamente las características de un movimiento. Además, una vez impresa, es posible determinar distintas características de los movimientos, tales como desplazamientos, velocidades o aceleraciones medias y poner de manifiesto el carácter vectorial de estas magnitudes o discutir sus incertidumbres.

Estas fotografías son un recurso muy versátil para analizar diversos fenómenos, en una o dos dimensiones, como el movimiento de caída libre, la conservación de la cantidad de movimiento lineal en el choque de dos cuerpos, el movimiento circular de un objeto sobre una superficie con baja fricción o el movimiento relativo, entre otros.

Antes del advenimiento de las herramientas digitales, la realización de fotos estroboscópicas presentaba una serie de dificultades. En efecto, uno de los inconvenientes era poder contar con una cámara fotográfica que permitiera tomar fotografías en modo "B" (obturador abierto mientras se mantiene presionado el pulsador) o "T" (el obturador se abre al presionar una vez el pulsador y se cierra al presionar por segunda vez). Otro elemento necesario era el flash estroboscópico y todo el montaje debía ubicarse en un laboratorio que pudiera oscurecerse razonablemente. Por otro lado, el costo de los insu-
mos, películas, revelado y ampliación también era un elemento a tener muy en cuenta.

Una forma de contrarrestar estas dificultades era usar fotografías estroboscópicas obtenidas por terceros, ya sea de otros grupos de años anteriores o de textos de Física, tales como el PSSC [1]. En particular, las fotografías de dicho texto fueron empleadas por generaciones de estudiantes, y se destacan por varios aspectos. En la sección siguiente se presenta una perspectiva histórica del uso de las fotos estroboscópicas.

Con el tiempo fueron surgiendo algunas alternativas o mejoras ingeniosas como la que se muestra en la figura 1. En este caso se utiliza una cámara convencional pero no requiere de un flash estroboscópico. Con el obturador de la cámara fotográfica abierto, se registraba el movimiento de un cuerpo que tenía montado un dispositivo emisor de luz intermitente (por ejemplo un pequeño LED). En dicha figura se muestra una fotografía obtenida por este procedimiento e indicamos la ubicación del emisor de luz con una flecha sobre la imagen original. Estas fotografías fueron tomadas en la década del 80 por el profesor Leonardo De Simone.

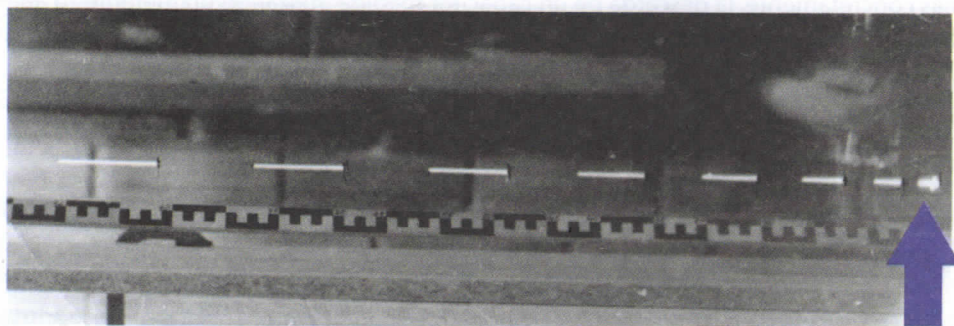


Figura 1. Foto estroboscópica utilizada para analizar movimiento rectilíneo acelerado. Autor: Leonardo De Simone, aproximadamente 1980.

La técnica de las fotos estroboscópicas también ha dado lugar a otras derivaciones. Una de ellas muy relacionada conceptualmente es la conocida práctica de la cinta y el timer. En este caso el movimiento se registra gracias a timer (habitualmente un timbre desarmado, o las nuevas versiones "electrónicas") cuyo percutor golpea un papel carbónico y una cinta que a su vez está unida a un objeto en movimiento. Esta técnica presenta varias desventajas. Por un lado, es poco precisa y requiere sujetar el objeto a estudiar a una cinta y por otra las marcas se hacen en un punto fijo, lo que conlleva una dificultad conceptual para el estudiante. Otro aspecto que merece destacarse es el caso del texto de Hecht [2] que utiliza profusamente dibujos o representaciones de sistemas físicos evolucionando en el tiempo de la forma en que lo haría una foto estroboscópica. En

este caso, si bien no son imágenes fotográficas superpuestas, se trata de diagramas que simbolizan la misma idea.

En este artículo exponemos el procedimiento para obtener fotos estroboscópicas a partir de vídeos digitales usando el software Tracker [3,4]. Los vídeos pueden ser obtenidos por los propios estudiantes utilizando teléfonos inteligentes o cámara digitales. Se discuten también distintas actividades que se pueden realizar utilizando esta técnica y se muestran algunos resultados.

2.- El uso de fotos estroboscópicas en algunos libros

Mediante un relevamiento no exhaustivo de algunos libros disponibles en laboratorios de física del CES y del IPA, identificamos en ellos la cantidad de páginas que contenían fotos estroboscópicas. Se han contado las imágenes cuyos autores las denominan fotos estroboscópicas¹ en el cuerpo del libro.

Los gráficos de la figura 2 muestran los resultados en dos formatos. En la parte superior se presenta un gráfico en el que se indica la cantidad de fotos estroboscópicas en función del año de edición en español. En la parte inferior de la figura se muestra la misma variable en función del apellido del primer autor del libro. En ambos gráficos se destaca que, de los libros indagados, la edición del PSSC (1962) contiene la mayor cantidad (21) de fotos estroboscópicas, alejándose notoriamente de la media (cerca a 5) del conjunto analizado.

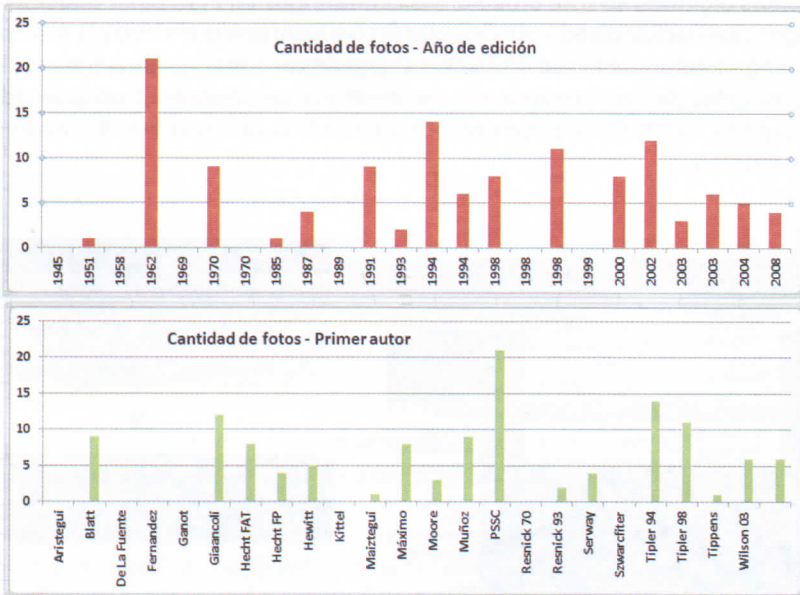


Figura 2. Arriba un gráfico de la cantidad de fotos estroboscópicas en función del año de edición del libro. Abajo, la misma variable en función del apellido del primer autor del libro considerado. Dado que algunos de los libros indagados comparten año de edición, este se repite en algunos casos.

1 O sinónimos: foto de exposición múltiple, de múltiples destellos, de flash múltiple, entre otros.

Del análisis cualitativo del material resulta que varias de las imágenes originales de PSSC están presentes en libros editados posteriormente. En ese sentido este libro resulta en un fuerte promotor del uso de la herramienta y fuente de fotografías, que otros autores incluyeron en sus obras.

Ese análisis muestra también una característica de las fotos estroboscópicas incluidas en esta edición del PSSC: la mayoría de ellas son imágenes destacadas en el libro y tienen la información necesaria para realizar análisis cuantitativos (frecuencia del estroboscopio, escala definida, masas de los cuerpos cuando es relevante). Este elemento distingue a este libro, ya que en la amplia mayoría de los restantes las fotografías no muestran esa información, y en algunos casos no se destacan como en aquel.

3. Fotografías estroboscópicas a partir de videos digitales

En la actualidad es posible obtener fotografías estroboscópicas a partir de vídeos digitales de una forma muy rápida y utilizarlas para analizar sistemas físicos [5-7]. Si se tienen ciertos cuidados en la obtención del vídeo, se puede generar una imagen final de excelente calidad para analizar un movimiento, con la ventaja que el estudiante experimenta con el movimiento en el laboratorio, en el corredor, en el patio o en cualquier otro lugar. Esta posibilidad permite tener un producto final que proviene de la experiencia directa del estudiante favoreciendo la contextualización, en contraste con la antigua práctica de trabajar sobre una fotocopia de una foto estroboscópica proveniente de un libro.

Dentro del abanico de posibilidades que hay para generar fotos estroboscópicas con herramientas digitales, en este artículo nos centraremos en el popular paquete de programas gratuito Tracker creado por Douglas Brown para analizar videos [3,4]. Un tutorial de carácter general sobre el uso de Tracker se puede consultar en [8]. Dentro de los usos menos conocidos de esta herramienta, nos centraremos ahora en la posibilidad de obtener imágenes mediante la superposición de cuadros de un vídeo digital de manera sencilla e intuitiva.

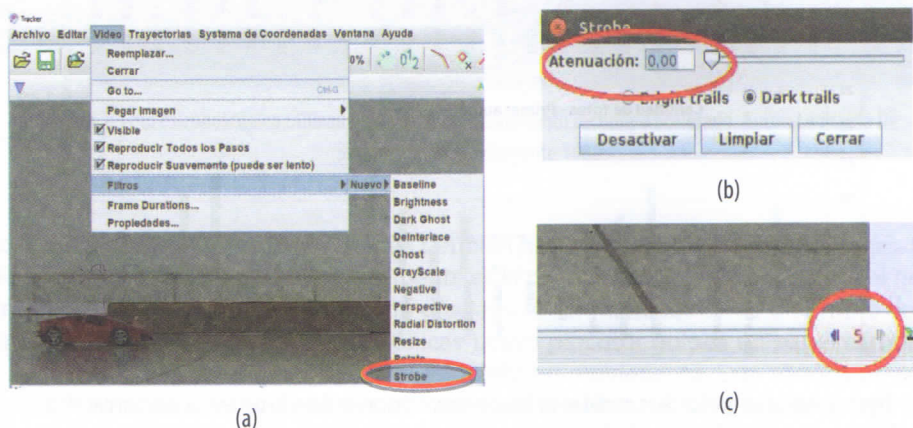


Figura 3. Selección y configuración de filtros para crear una foto estroboscópica en el Tracker. (a) Selección del filtro disponible desde la versión 5: Strobe. (b) Configuración del parámetro atenuación en el valor "0,00". (c) Selección del "tamaño de paso".

Luego de ingresar al software Tracker, cargamos el video de interés (*Archivo* → *Abrir...* desde la barra de herramientas). Para generar la foto estroboscópica se requiere aplicar un filtro digital al video, al que se accede por el trayecto: *Video* → *Filtros* → *Nuevo*, como muestra la figura 3(a). Al menos desde la versión 5 de Tracker se dispone del filtro *Strobe*² diseñado especialmente para nuestro fin. Al seleccionar este filtro aparecen dos opciones de configuración: la selección entre *Darktrials* o *Bright trials* se hace en función del brillo relativo entre el objeto cuyo movimiento se quiere seguir y el fondo³; para el parámetro *Atenuación* es conveniente seleccionar el valor 0,00 (figura 3b). Dependiendo de las características particulares del video y la situación filmada, puede ser conveniente seleccionar un tamaño de paso adecuado (figura 3c), para evitar tener una superposición de cuadros muy densa. Se corre el video y el software va superponiendo los cuadros en una sola imagen. El resultado final se exporta como imagen en formatos estándar. Un resultado obtenido al procesar el video de un auto a control remoto se expone en la figura 4. Para acceder a una guía “paso a paso” para realizar una foto estroboscópica, consulte la referencia [9].

4. Algunos resultados

En el primer ejemplo se estudia el movimiento unidimensional de un auto a control remoto. En la figura 4 se ve un ejemplo de fotografía estroboscópica. La escala de longitud puede ser obtenida fácilmente a partir de las medidas de las baldosas, claramente visibles en la foto. A partir de la foto estroboscópica se puede determinar la posición del auto para distintos instantes de tiempo, lo que permite construir un gráfico $x(t)$ y a partir del mismo determinar por ejemplo la velocidad del auto en diferentes instantes. El auto a control remoto tiene la particularidad respecto a otros posibles movimientos que se pueden estudiar en enseñanza media, que alcanza una velocidad máxima en pocos segundos, siendo por ende un movimiento cuya aceleración no es constante.

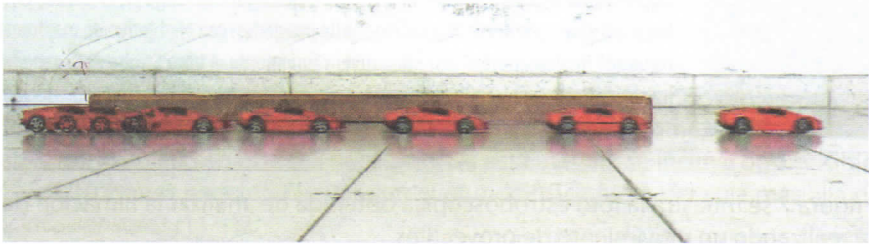


Figura 4. Un auto a control remoto se mueve en un trayecto rectilíneo en un corredor del IPA. Laboratorio de Física del IPA, 2018.

En la figura 5 se muestra la aplicación de la técnica a una interacción en dos dimensiones, más concretamente, el choque de fichas sobre un juego de tejo que opera como una mesa sin rozamiento. Este montaje apunta a estudiar problemas de conservación de cantidad de movimiento.

² En versiones anteriores la herramienta para crear estas imágenes es el filtro *DarkGhost*, y su configuración es similar a la reseñada para *Strobe*.

³ Cuando el objeto en movimiento es más oscuro que el fondo, se debe seleccionar la opción *Darktrials*, en caso contrario, se elige la opción *Bright trials*.

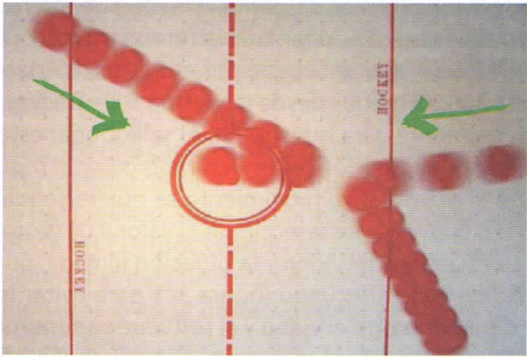


Figura 5. Fotografía estroboscópica de un choque en dos dimensiones sobre una mesa de tejo en un plano cenital. Dos fichas, ambas inicialmente en movimiento, chocan cerca del centro de la mesa. Laboratorio de Física del IPA, 2008.

En la figura 6 se muestra el resultado de aplicar el filtro Strobe a una secuencia de imágenes tomadas del artículo de Trinidad [10]. En dicho artículo el autor presenta la filmación digital como una herramienta para estudiar una caída, con algunas herramientas disponibles en ese contexto histórico.



Figura 6. La imagen de la figura muestra el resultado de aplicar el filtro Strobe de Tracker a una secuencia de imágenes. Dado que no fue posible encontrar el video original, a partir del que se exponen las imágenes en el artículo, se procedió de la siguiente manera para obtener la imagen de esta figura: se cargó en el Tracker, en lugar del video una secuencia numerada de imágenes; con el objetivo de mejorar el resultado final se aplicó el filtro Negative; y finalmente el filtro Strobe para generar la imagen estroboscópica. Observe que la salida de la vertical del cuerpo está asociada, seguramente, al procesamiento manual de las imágenes originales.

En la figura 7 se muestra la foto estroboscópica obtenida de analizar la filmación de una esfera realizando un movimiento de proyectiles.



Figura 7. Fotografía estroboscópica de un movimiento de dos dimensiones. Laboratorio de Física del IPA, 2018.

Finalmente, en la figura 8 presentamos una foto de exposición múltiple de un multímetro analógico conectado a un capacitor electrolítico durante una descarga.

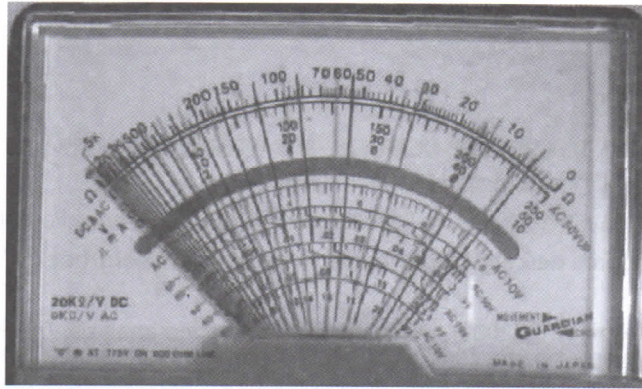


Figura 8. Fotografía estroboscópica de la aguja de un multímetro analógico mientras mide la diferencia de potencial en bornes de un capacitor durante una descarga.

5. Comentarios finales

En este trabajo presentamos una técnica para crear fotos estroboscópicas a partir de un vídeo digital. Consideramos firmemente que la herramienta presentada tiene un alto valor pedagógico y didáctico, permitiendo a los estudiantes poder participar en todos los aspectos de la construcción de la foto estroboscópica, desde el diseño experimental, la filmación del fenómeno físico involucrado y confección de la misma.

La sencillez y rapidez para obtener la foto estroboscópica es una de sus grandes virtudes, no siendo necesario un conocimiento previo del software Tracker, ya que las mismas se construyen con un par de simples pasos. Como consecuencia de esto y considerando que los videos pueden ser creados por los estudiantes con sus dispositivos móviles, pueden incluso realizar las fotos estroboscópicas fuera del aula. Esto permite además que los alumnos puedan trabajar desde su casa, a su propio ritmo, independizándose del laboratorio en el caso que sea necesario. De esta manera se incluye otro posible uso de los Smartphones para interactuar con el mundo físico fuera del aula más allá de los conocidos sensores [11-13].

Los ejemplos presentados son simplemente algunos de los posibles experimentos para los que se pueden construir fotos estroboscópicas [4-6]. Otras posibles actividades son el movimiento circular -pudiéndose construir una foto simplemente marcando un punto del sistema giratorio-, el análisis de la propagación de un pulso de onda, el movimiento de un péndulo.

Por último, cabe señalar que aunque el software Tracker permite realizar un seguimiento automático del movimiento de un cuerpo, trazando en tiempo real los gráficos de posición y velocidad en función del tiempo, el uso de las fotos estroboscópicas sigue teniendo un valor en sí mismo. Trabajando con las mismas el estudiante pone en juego conceptos tales como posición, desplazamiento, velocidad y aceleración, midiendo dichas cantidades directa o indirectamente a partir del análisis de las fotos.

Agradecimientos

Agradecemos al proyecto "Análisis del impacto de metodologías de aprendizaje activas utilizando TIC con énfasis en Smartphones en la formación de profesores de Física" (FSED_3_2016_1_134232) financiado por la ANII y el CFE.

6. Referencias

- [1] HABER-SCHAIM, U., CROSS, J., DODGE, J., & WALTER, J. (1980). Physical Science Study Committee (PSSC) Física. *Barcelona: Reverté SA.*
- [2] Hecht, E. (2005). *Física, álgebra y Trigonometría* (Vol.1). Ediciones Paraninfo.
- [3] Página oficial para descargar el software: <https://physlets.org/tracker/> Último acceso 19/07/18.
- [4] Brown, D., & Cox, A. J. (2009). Innovative uses of video analysis. *The Physics Teacher*, 47(3), 145-150.
- [5] Dias, M. A., de Amorim, H. S., & de Sousa Barros, S. (2009). Produção de fotografias estroboscópicas sem lâmpada estroboscópica. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 26(3), 492-513.
- [6] Dias, M. A., Carvalho, P. S., & Vianna, D. M. (2016). Using image modelling to teach Newton's Laws with the Ollie trick. *Physicseducation*, 51(4), 045008.
- [7] Dias, M. A., Carvalho, P. S., Ventura, D. R., Rodrigues, M. J., Fernandes, G. G., & Gaspar, M. B. (2018). The behaviour of the centre of mass in a ballerina while performing a Grand Jeté. *PhysicsEducation*, 53(2), 025009.
- [8] Video tutorial de Tracker desarrollado por Marcelo Vachetta (2011) <https://www.youtube.com/watch?v=l8HXMcte-xs> Último acceso 19/07/18.
- [9] Tutorial desarrollado por Daniel Baccino (2018) para generar una foto estroboscópica con Tracker <https://sites.google.com/site/fisicaensecundariapuntouy/BIENVENIDA/ideas-1/foto-estroboscopica-con-tracker> Último acceso 19/07/18.
- [10] Trinidad, Guzmán (2005) Análisis de un movimiento de caída mediante filmación digital. *Revista Educación en Física (A.P.F.U.)*, 7 (2).
- [11] Monteiro, M., Cabeza, C., & Martí, A. C. (2014). "Con la Física a todas partes: experiencias utilizando el teléfono inteligente" *Revista Educación en Física (A.P.F.U.)*, 8(4).
- [12] Monteiro, M., Cabeza, C., & Martí, A. C. (2015). "Análisis del movimiento de un péndulo físico utilizando el teléfono inteligente" *Revista Educación en Física (A.P.F.U.)*, 8(5).
- [13] Monteiro, M., Cabeza, C., & Martí, A. C. (2016). "Solución al problema de medir aceleraciones usando un teléfono inteligente: enfrentando a la relatividad general" *Revista Educación en Física (A.P.F.U.)*, 8(6).

Utilizando el acelerómetro del teléfono inteligente como “laboratorio en casa”

Elena Stawski

Consejo de Formación en Educación, Liceo Solymar 1, elestawski@gmail.com

Resumen

Se realizó el análisis del movimiento de un sistema masa-resorte usando un teléfono inteligente (como masa inercial). Se sujeto el teléfono al extremo de una espiral de cuadernola (como resorte) y ésta a un extremo fijo, utilizando el sensor de aceleración del teléfono inteligente. A su vez se utilizó el sensor de posición de la interfase Vernier en el laboratorio y se contrastó con los resultados obtenidos con el sensor del teléfono, pudiendo ver que es posible tener un “laboratorio en casa”.

Palabras clave: teléfono inteligente, laboratorio en casa, espiral de cuadernola, oscilaciones amortiguadas.

Introducción

El trabajo está dirigido a docentes de secundaria, mostrando que podemos usar los teléfonos inteligentes como una herramienta fuera del ámbito tradicional de la clase como un “laboratorio en casa”. En nuestra experiencia “en casa” utilizamos un sistema masa – resorte, donde la masa inercial usada fue el propio teléfono y una espiral de cuadernola; y en el laboratorio tradicional con los sensores de Vernier para contrastar los resultados. Esta herramienta, al alcance de casi todos los alumnos, puede ser usada en el domicilio con sus propios sensores, en nuestro caso se utilizó un teléfono Samsung J5, el cual cuenta solo con el sensor de aceleración, o sea que es un teléfono básico, en este sentido. Esta idea, el “laboratorio en casa”, con la guía del docente, se podría ampliar a prácticas de tercer y quinto año de liceo.

Modelo teórico

Oscilaciones amortiguadas. Para modelar la oscilación es necesario obtener la ecuación del movimiento resolviendo la ecuación diferencial que surge de la segunda ley de Newton.

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -kx(t) - b \frac{dx(t)}{dt}$$

Siendo b el coeficiente de disipación, en este caso relacionado con las pérdidas de energía del sistema (rozamiento viscoso de la masa en el aire) y k la constante elástica de la espiral (modelado como un resorte ideal) una constante característica de la misma.

Llamemos $\gamma = \frac{b}{2m}$ y $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, la ecuación del movimiento nos queda:

$$(1) \quad \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 x(t) = 0$$

Cuya solución es:

$$(2) \quad x(t) = A_0 e^{-\gamma t} \sin(\omega_p t + \varphi)$$

Defino ω_p como $\omega_p^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$, con A_0 y φ dependientes de las condiciones iniciales del sistema.

Derivando dos veces la ecuación (2) obtenemos:

$$(3) \quad \ddot{x}(t) = \underbrace{-A_0 \omega_p^2 e^{-\gamma t} \sin(\omega_p t + \varphi)}_{T_1} + \underbrace{A_0 \gamma^2 e^{-\gamma t} \sin(\omega_p t + \varphi) - 2A_0 \gamma \omega_p e^{-\gamma t} \cos(\omega_p t + \varphi)}_{T_2}$$

El término T_2 , de la ecuación anterior, es despreciable frente al término T_1 , ya que en general el coeficiente γ es pequeño comparado con ω_p .

Finalmente obtenemos que la aceleración está dada aproximadamente por:

$$(4) \quad a(t) = \ddot{x}(t) = -A_0 \omega_p^2 e^{-\gamma t} \sin(\omega_p t + \varphi)$$

Montaje experimental "el laboratorio en casa"

Midiendo las oscilaciones de la masa que cuelga de la espiral

Se suspendió el teléfono dentro de una funda plástica (para lograr la vertical), sujeto de una espiral de cuaternola, y de un palo apoyado en dos sillas, como se ve en la figura 1. Se cuelga de la funda para asegurarnos que la única aceleración del teléfono va a ser vertical, ya que el sensor mide la aceleración en 3 dimensiones, nosotros usaremos el eje vertical, eje y para el sensor. La funda es transparente para poder ver el teléfono en todo momento y debe ajustarse al teléfono para que éste no pueda moverse dentro de ella (es importante que el teléfono quede vertical por lo ya explicado). Se utilizó el Physics Toolbox Suite (figura 2), para registrar los datos (a modo de "Data Logger") y fueron procesados en el Logger Pro (<http://es.freownloadmanager.org/Windows-PC/Logger-Pro.html>, descarga gratuita por 30 días). Con el sensor de aceleración (el cual funciona como se indica en el anexo), ponemos el programa a registrar datos y hacemos oscilar el teléfono, de forma de obtener la tasa de muestreo correspondiente a la oscilación.

Datos experimentales

La gráfica de la aceleración de la oscilación obtenida con el sensor del teléfono es la que vemos en la figura 3.

La cual se modeló según la ecuación:



Figura 1: Dispositivo utilizado para estudiar las oscilaciones de la masa suspendida de la espiral en el "laboratorio en casa".



Figura 2: Aplicación Physics Toolbox Suite

$$(5) \ddot{x}(t) = Ae^{-\gamma t} \sin(Bt + C)$$

Gráfico $a = f(t)$ para la oscilación registrada por el sensor del teléfono inteligente

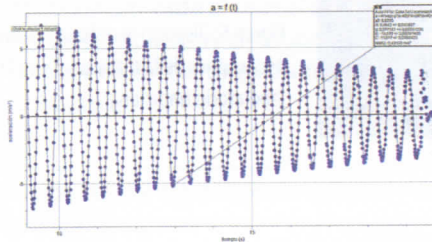


Figura 3: Gráfico $a = f(t)$ para el Sistema masa-resorte, en azul datos experimentales, en negro modelo teórico. "Laboratorio en casa"

Podemos apreciar que los datos se ajustan de forma aceptable al modelo teórico.

Se puede apreciar en el ajuste realizado por el Logger Pro que en la ecuación usada en vez de t se usó $t = x - x_0$, haciendo de esta forma un corrimiento temporal para evitar que el programa tome como tiempo inicial del movimiento el primer dato de la tabla, ya que se pone a registrar datos antes de comenzar la oscilación.

Con los parámetros obtenidos, tenemos que, según la ecuación (5):

$$A_0 = 0,044 (2)m \sim 4,4cm$$

$$\gamma = 0,077 (1)s^{-1}$$

$$\omega_p = 13,870 (1)s^{-1} \cong \omega_0$$

Luego la constante elástica del resorte está dada por:

$$k = m\omega_0^2 = 37,57N/m$$

Siendo m la masa que cuelga de la espiral cuyo valor es de $0,1953 (2) kg$.

Montaje experimental en el “laboratorio tradicional”

Midiendo las oscilaciones de la masa que cuelga de la espiral, usando sensores Vernier.

Se trabajó además en el laboratorio con los sensores Vernier, realizando exactamente la misma práctica, para hacer una contrastación de los resultados obtenidos con el sensor del teléfono inteligente. El dispositivo utilizado fue el siguiente: se sujetó la espiral del sensor de fuerza y del teléfono con la funda, (para que lo detecte el sensor de posición se le colocó en la parte inferior una hoja de aluminio de 4g, por lo que se va a despreciar su masa), como se ve en la figura 6. Se colocó el Go-Motion (sensor de posición de la interfase Vernier) en la mesa y se puso el sistema a oscilar. Se registraron y procesaron los datos en el Logger Pro.

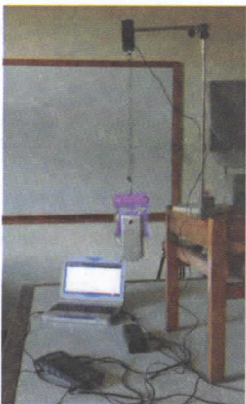


Figura 6: Dispositivo utilizado para estudiar las oscilaciones de la masa sujeta de la espiral en el laboratorio tradicional.

Datos experimentales:

La gráfica obtenida en este caso es la que vemos en la figura 7. La cual modelamos mediante la ecuación (5).

Gráfico $x = f(t)$ con los datos registrados por el sensor Vernier en el “laboratorio tradicional”

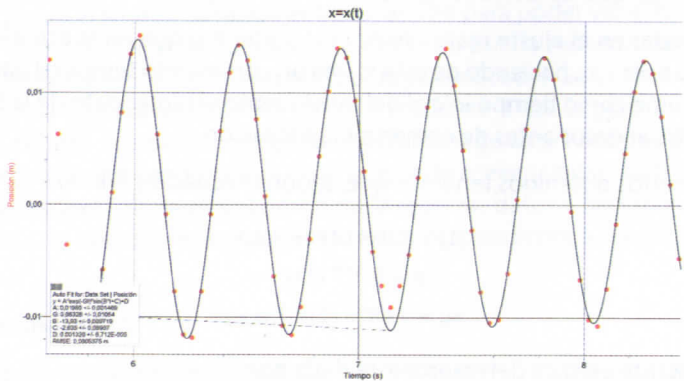


Figura 7: Comportamiento de la masa en el Sistema masa-espiral registrado con el sensor de posición Vernier. En rojo, registro del sensor Vernier, en negro modelo teórico. “Laboratorio tradicional”.

Se puede notar que el modelo ajusta razonablemente a los datos registrados por el sensor.

De la cual se obtiene una frecuencia angular $\omega_0 = 13,93 \text{ s}^{-1}$ y a partir de esta una constante elástica $k = 37,88 \text{ N/m}$.

Contrastación del modelo masa-espiral

Usando: sensores Vernier en el "laboratorio tradicional" y el sensor del teléfono inteligente en el "laboratorio en casa".

Con los sensores Vernier, en el laboratorio tradicional, obtuvimos una frecuencia angular $\omega_0 = 13,93 \text{ s}^{-1}$, del cual se deduce que la constante elástica de la espiral es $k = 37,88 \text{ N/m}$, mientras que midiendo con el sensor del teléfono inteligente, en el laboratorio en casa, nos dio una frecuencia angular $\omega_0 = 13,84 \text{ s}^{-1}$ obteniendo entonces una constante elástica $k = 37,57 \text{ N/m}$, siendo la diferencia en la constante elástica de 0,8 %, obteniéndose entonces resultados más que aceptables.

Tablas comparativas y discusión

Apreciamos que el modelo de oscilador amortiguado para un sistema masa - resorte es aceptable.

Podemos ver que la diferencia encontrada al usar el sensor del teléfono inteligente para medir la constante elástica de la espiral en el "laboratorio en casa" y el valor obtenido usando los sensores Vernier en el "laboratorio tradicional" tiene una diferencia de un 0,8 %, la cual es más que aceptable.

	Sensor aceleración teléfono inteligente	Sensor Vernier	Diferencia en %
K (N/m)	37,57	37,88	0,8

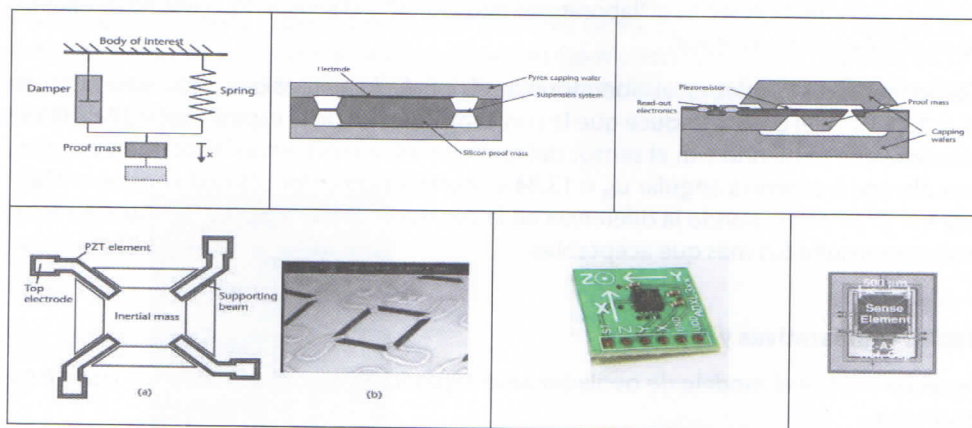
Una diferencia importante entre el sensor del teléfono inteligente y el sensor de posición de la Vernier (Go-Motion) es la frecuencia de muestreo, la cual se puede apreciar claramente en las figuras 3 y 7 respectivamente. La frecuencia de muestreo en el primer caso es de 100 muestras/s mientras que en el segundo es de 33 muestras/s. Lo cual permite (para el teléfono inteligente) registrar oscilaciones de mayor frecuencia que el sensor go motion lo cual es una importante ventaja respecto al anterior.

El trabajo se realizó, en el marco del curso de física con teléfonos inteligentes, con la idea de incorporar la tecnología en el trabajo de clase y a su vez no restringir la investigación científica al laboratorio tradicional. A su vez motivar esta exploración por medio de la incorporación de esta herramienta tan apreciada por el estudiante. En nuestra experiencia la utilización del teléfono inteligente en los centros de enseñanza resultó muy motivador y enriquecedor para los estudiantes.

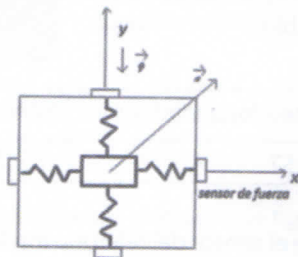
Anexo

a- Funcionamiento del sensor de aceleración.

Basado en una masa sísmica acoplada a un resorte. El sensor mide la deformación del sistema elástico por diferentes mecanismos de conversión: capacitivos, piezoeléctricos, piezoresistivos. Ver figuras (extraídas del blog de Martín Monteiro, <http://fisicamartin.blogspot.com.uy/>).



b- Determinación de la aceleración:



Supongamos el teléfono se acelera con una aceleración $\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$

Luego aplicando la segunda ley de Newton a la masa sísmica m tenemos:

$$m(a_x \hat{i} + a_y \hat{j}) = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} - mg \hat{j}$$

Siendo $\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j}$ la fuerza aplicada por el sensor sobre la masa m .

$$\begin{cases} a_x = \frac{F_x}{m} = a'_x \\ a_y = \frac{F_y}{m} - g = a'_y - g \\ \begin{cases} a_x = (\alpha'_x)g \\ a_y = (\alpha'_y - 1)g \end{cases} \end{cases}$$

Donde y son las medidas tomadas por el sensor del teléfono (como múltiplos de la aceleración de la gravedad g)

En nuestro caso la aceleración de la masa es en la dirección del eje y , luego para obtener su valor hay que restarle 1 y multiplicarla luego por $g=9,8\text{m/s}^2$.

c- Registro de datos en Logger Pro

Para que el programa haga una lectura de forma adecuada, debemos tener la precaución de que el sensor del teléfono indique que la separación de datos es realizada con coma (,) y no con punto y coma (. y ,). Así al ser exportados los datos podrán leerse correctamente por columnas. Ver en la configuración del sensor del teléfono que se muestra en la figura A.

Para exportar los datos debemos pedir que el sensor solo registre la aceleración en el eje y (eje en el cual va a oscilar el teléfono). Información que se encuentra en la configuración del sensor del teléfono que se muestra en la figura B.

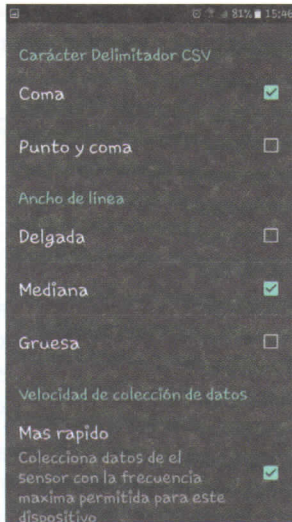


Figura A

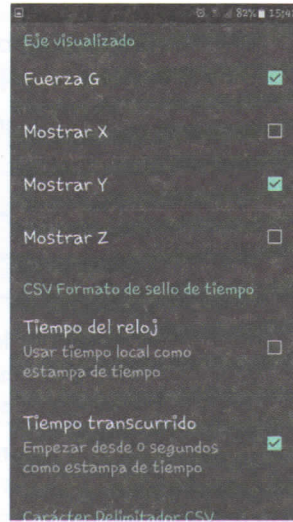


Figura B

Bibliografía

"Experimentos de Física usando las TIC y elementos de bajo costo", Salvador Gil, Alfaomega Grupo Editor Argentino, 2014.

Agradecimientos

A Virginia Almeida, Francisco Echegorri, Ernestina Sánchez y Guzmán Trinidad por haber colaborado gentilmente en este trabajo.

Medida del módulo de Young de una barra cilíndrica

Francisco Echegorri

Consejo de Formación en Educación, Liceo Solymar 1, franczechegorri@gmail.com

Resumen

El siguiente trabajo hace uso de los teléfonos inteligentes para determinar el módulo elástico o módulo de Young de una barra cilíndrica de acero utilizando dos sensores: El micrófono, para determinar las frecuencias componentes de la oscilación de la barra prensada en un extremo y libre en el otro, y el sensor de aceleración para determinar la frecuencia de oscilación de una masa sujeta al extremo de la barra (usando el teléfono como masa inercial). Se comparan ambos métodos entre sí y con el valor de referencia para el módulo de Young del material.¹

Palabras clave: Vibraciones, modos normales de sistemas continuos, Módulo de Young, Física con teléfonos inteligentes.

1. Introducción

El análisis de las vibraciones libres de una estructura es de fundamental importancia para los estudiantes de diferentes niveles. En este caso, el presente trabajo está orientado a la formación de futuros profesores de enseñanza media, que a su vez serán profesores de futuros profesionales en las distintas áreas técnicas, artísticas o de la ingeniería.

Una estructura vibrando libremente presenta diferentes modos de oscilación denominados modos normales, caracterizados por un conjunto de frecuencias propias que dependen en general de las diferentes condiciones de contorno a las que está sometida la estructura. En nuestro caso estudiaremos la frecuencia fundamental de la oscilación para diferentes longitudes de una barra prensada en un extremo y libre en el otro golpeada con un martillo de goma.

La frecuencia fundamental presente en la vibración de la barra se obtiene haciendo uso de las herramientas disponibles en los teléfonos inteligentes, el micrófono permite mediante la transformada de Fourier obtener el espectro de la potencia acústica radiada por la barra vibrante y así obtener la frecuencia fundamental. (Además de las frecuencias naturales superiores)

En una segunda experiencia hacemos uso del sensor de aceleración para hallar la frecuencia de oscilación de una masa sujeta al extremo de una barra, para diferentes longitudes de la barra (usando el teléfono como masa inercial).

1 Anexo 10, Fundamentos de Acústica, Kinsler.

2. El experimento

Vibración de una barra prensada-libre.

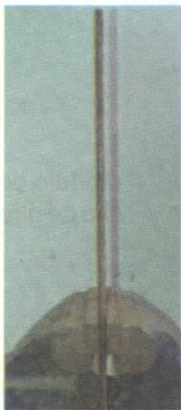


Figura 1. Barra cilíndrica prensada mediante una morsa.

Se utilizó una barra de acero de las siguientes dimensiones:

Largo L : 62,4cm (medido con regla milimetrada de 1,0m de longitud)

Diámetro D : 4,05mm (medido con micrómetro)

Masa m : 61,28 g (medido con balanza digital a la centésima de gramo)

Las frecuencias fundamentales para las diferentes longitudes (variando la longitud prensando la barra en diferentes posiciones) se obtuvieron golpeando la barra de la figura y registrando en tiempo real la FFT de la señal acústica.

3. Resultados experimentales

Los datos obtenidos se resumen en el cuadro y la gráfica siguientes.

$L(m)$	$f_1(Hz)$	$f_1L^2(Hzm^2)$
0,101	254	2,59
0,150	117	2,63
0,230	52	2,75
0,330	25,2	2,74
0,500	11	2,75

Tabla 1

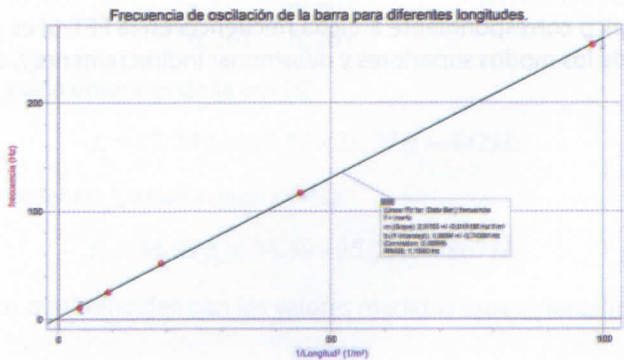


Figura 2. Gráfico de la frecuencia en función del inverso de la longitud de la barra al cuadrado.

La pendiente del gráfico $f = F (1/L^2)$ determinada por mínimos cuadrados es:

$$fL^2 \approx 2,58(2) \text{ Hzm}^2$$

Las frecuencias de la barra prensada-libre vienen dadas por la siguiente expresión:

$$f = \frac{\pi c \kappa}{8L^2} (1,194^2, 2,988^2, 5^2, 7^2, \dots)^2 \quad (1)$$

Donde $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ es la velocidad de fase para las ondas longitudinales, E es el módulo de Young y ρ es la densidad de masa del material. La constante κ denominada radio de giro está definida a partir de:

$$\kappa^2 = \frac{\int_S r^2 ds}{S} \quad (2)$$

Donde r es la distancia de un elemento de área ds al eje neutro de una sección transversal cualquiera de la barra y S representa el área de dicha sección. En nuestro caso $\kappa = \frac{D^3}{4}$ siendo D el diámetro de la barra. En el gráfico de la fig. 1 se puede apreciar que la frecuencia de oscilación es directamente proporcional al inverso de su longitud al cuadrado en acuerdo con el modelo teórico resumido en la ecuación 1. En dicha ecuación podemos observar que las distintas frecuencias no son armónicas de la frecuencia fundamental sino que están en una relación:

$$f_1, 6,267f_1, 17,55f_1, 34,39f_1, \dots \quad (3)$$

Las frecuencias de la tabla 1 se obtuvieron mediante la aplicación Advanced Spectrum Analyzer golpeando la barra, la misma fue prensada mediante una morsa de metal fija a una mesa de madera. Dicha aplicación nos da una ventana donde se observa la FFT (El espectro de potencia o transformada rápida de Fourier) en tiempo real de la señal de audio captada mediante el micrófono del teléfono inteligente.

Para largos de la barra mayores a 20cm el espectro de Fourier no permite determinar la frecuencia fundamental directamente, ya que dicha frecuencia al ser muy baja (menor a 50Hz a partir de consideraciones teóricas) radia una potencia acústica muy pequeña y no aparece un pico correspondiente a dicha frecuencia en la FFT. Sí es posible obtener las frecuencias de los modos superiores y determinar indirectamente f_1 a partir de (3).

2 Fundamentos de Acústica. Kinsler.

3 Ver anexo 1.

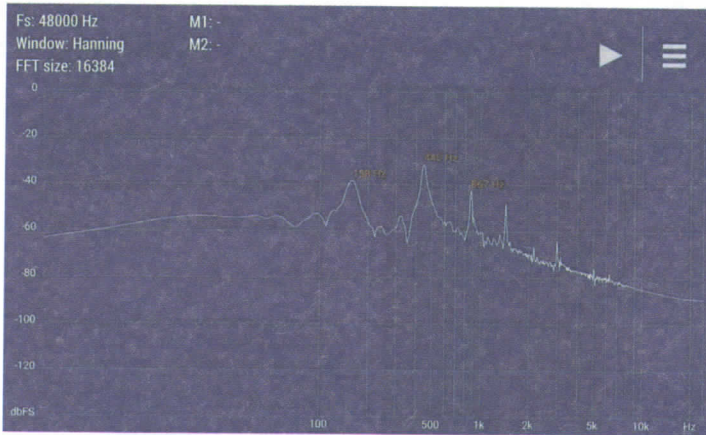


Figura 3. Ventana gráfica de la FFT en tiempo real de la vibración de la barra para una largo de 33,00cm

En la figura 3 se aprecian tres picos que corresponden según veremos a las frecuencias f_2, f_3, f_4 y no se aprecia la frecuencia fundamental. La relación entre el segundo pico y el primero es (ver figura 3):

$$\frac{f_{pico2}}{f_{pico1}} = \frac{442Hz}{158Hz} \approx 2,797$$

Y la relación teórica entre la frecuencia del segundo y tercer modo de oscilación (ecuación 3) es:

$$\frac{f_3}{f_2} = \frac{17,55}{6,267} \approx 2,80$$

Por lo cual el primer y segundo pico corresponden a las frecuencias del segundo y tercer modo de oscilación respectivamente.

Luego la frecuencia fundamental es en este caso (ecuación 3):

$$f_1 = \frac{f_2}{6,267} = \frac{158Hz}{6,267} = 25,2Hz$$

La frecuencia f_3 estaría entonces dada por (3):

$$f_3 = 17,55f_1 = 17,55 \times 25,2Hz \approx 442Hz$$

Y finalmente la frecuencia f_4 estaría dada por(3):

$$f_4 = 34,39f_1 = 34,39 \times 25,2Hz \approx 867Hz$$

Valores calculados que coinciden con los valores medidos experimentalmente (ver figura 3).

Para largos de la barra pequeños el espectro permite determinar con precisión la frecuencia fundamental ya que en general las frecuencias superiores decaen rápidamente

en el tiempo. Para medir las frecuencias grandes y poder comparar resultados con otra aplicación se usó Audio Frequency Counter.

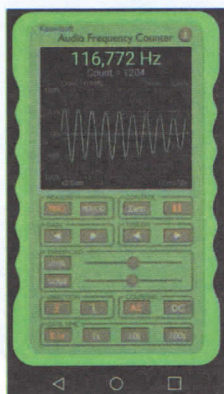


Figura 4. Captura de pantalla de la aplicación FrequencyCounter, correspondiente a un largo de la barra de 15,0cm

Es una aplicación con una interfaz sencilla que permite medir en tiempo real la frecuencia de una señal acústica que tiene una sola componente en su espectro de frecuencia.

4. Determinación del módulo de Young a partir de los datos del experimento:

A partir de la ecuación 1 la frecuencia fundamental para una barra prensada-libre está dada por:

$$f_1 \approx \frac{0,14D}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (4)$$

La pendiente del gráfico $f = F(1/L^2)$ está dada a partir de la ecuación 4 por:

$$f_1 L^2 \approx 0,14D \sqrt{\frac{E}{\rho}} \approx 2,58(2) \text{ Hz m}^2$$

La densidad de la barra de acuerdo a las medidas de sus longitudes y masa tiene el valor aproximado de:

$$\rho = \frac{m}{\frac{\pi D^2}{4} L} = \frac{61,28 \times 10^{-3} \text{ kg}}{\frac{\pi \times (4,05 \times 10^{-3} \text{ m})^2}{4} \times 0,624 \text{ m}} \approx 7,62 \times 10^3 \text{ kg / m}^3$$

Luego a partir de la ecuación 4 obtenemos para el módulo de Young el valor:

$$E \approx 1,58 \times 10^{11} \text{ N / m}^2$$

El valor de la densidad y el módulo de Young del acero son de acuerdo a Kinsler (Anexo 10, tabla de propiedades físicas de la materia):

$$\rho = 7,7 \times 10^3 \text{ kg / m}^3$$

$$E = 1,95 \times 10^{11} \text{ N / m}^2$$

Por lo cual los valores medidos son ligeramente inferiores pero razonablemente similares a los valores de referencia.⁴

⁴ Puede tratarse de una barra de acero aleada y por lo tanto con diferentes propiedades características a las de referencia.

5. Determinación del módulo de Young mediante la medida de la frecuencia de oscilación de una masa en el extremo de una barra.

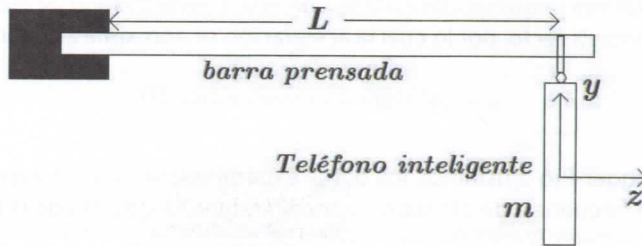


Figura 5. Dispositivo experimental para determinar el módulo elástico de una barra delgada larga.

En la figura se observa el dispositivo utilizado. Se suspendió del extremo libre de la barra prensada una masa m (El teléfono inteligente) y se le imprimió una pequeña oscilación vertical.

Se utilizó la aplicación PhysicsToolbox Sensor Suite a modo de "Data Logger". Se envió el archivo de datos en forma de tabla y luego se procesó usando el Logger Pro. Dicha aplicación envía la tabla de datos en forma de columnas, la variable de interés es la aceleración en el eje y (la cual está expresada en múltiplos de la aceleración de la gravedad más la componente de g en la dirección vertical).

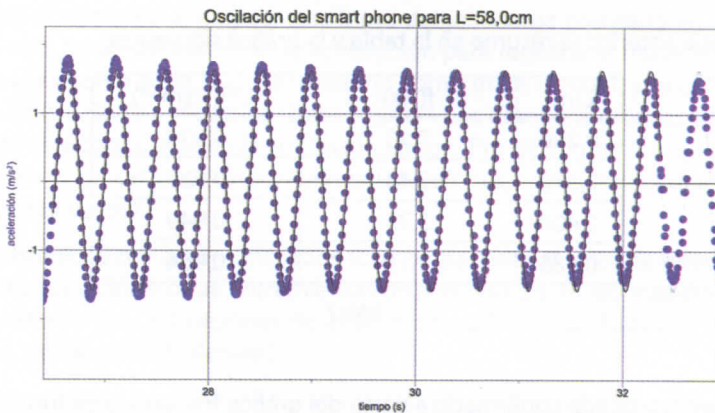


Figura 6. Aceleración vertical del teléfono inteligente en función del tiempo para un largo de la barra de 58,0cm.

Supongamos la oscilación amortiguada anterior es de la forma:

$$x = A \exp\left(-\frac{\gamma}{2}t\right) \cos(\omega t + \delta) \quad (5)$$

Donde $\omega^2 = \omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}$ siendo ω_0 la frecuencia angular de la oscilación libre no amortiguada. La aceleración está dada derivando dos veces respecto del tiempo por:

$$a = A \exp\left(-\frac{\gamma}{2}t\right) \left[\omega \gamma \sin(\omega t + \delta) - \left(\omega^2 - \frac{\gamma^2}{4}\right) \cos(\omega t + \delta) \right] \quad (6)$$

Como en general γ es pequeño comparado con ω se puede despreciar el primer término dentro del paréntesis recto, por lo cual la aceleración se aproxima al valor siguiente:

$$a = -\omega^2 A \exp\left(-\frac{\gamma}{2}t\right) \cos(\omega t + \delta) \quad (7)$$

Mediante el Logger Pro ajustamos los datos experimentales con la expresión anterior para obtener la frecuencia de oscilación para diferentes longitudes de la barra.

La frecuencia de la oscilación de una masa m en el extremo libre de una barra prensada de largo L y área de sección transversal S viene dado por:⁵

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3ES}{mL^3}} \quad (8)$$

En el caso de una barra de sección circular de diámetro D la expresión anterior es:

$$f = \frac{0,0611 \times D^2}{L^{3/2}} \sqrt{\frac{E}{m}} \quad (9)$$

6. Resultados experimentales

La experiencia anterior se resume en la tabla y la gráfica siguientes:

L(m)	f(Hz)	fL ^{3/2} (Hzm ^{3/2})
0,250	7,50	0,938
0,310	5,44	0,939
0,400	3,75	0,949
0,585	2,13	0,954

Tabla 2

El modelo teórico queda confirmado a partir del gráfico frecuencia en función del inverso de la longitud de la barra elevado a 3/2.

En dicha gráfica se observa que la frecuencia de oscilación de la masa es directamente proporcional a $L^{3/2}$, la pendiente de dicho gráfico es de acuerdo al modelo teórico:

$$fL^{3/2} = 0,0611 D^2 \sqrt{\frac{E}{m}} \approx 0,93 \text{ Hzm}^{3/2}$$

5 Ver anexo 1.

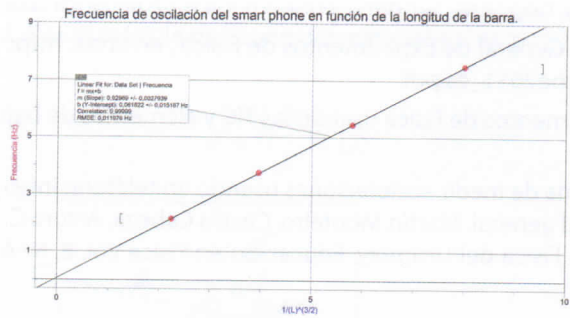


Figura 7. Frecuencia de oscilación del teléfono inteligente para diferentes longitudes de la barra.

Teniendo en cuenta que el valor de la masa m es de $195,3\text{ g}$ (masa que incluye un estuche para el celular) y la ecuación 9, el módulo de Young de la barra es:

$$E \approx 1,68 \times 10^{11} \text{ N / m}$$

Conclusiones

El objetivo del presente trabajo fue hacer uso del teléfono inteligente como herramienta alternativa no restringida al laboratorio tradicional. Se utilizó el micrófono como sensor de audio y la aplicación AdvancedSpectrumAnalyzer para hacer la FFT en tiempo real de la señal acústica obtenida al golpear una barra delgada larga prensada en un extremo y libre en el otro. Se utilizó el sensor de aceleración para registrar el movimiento de una masa sujeta al extremo de la barra (el teléfono como masa inercial) y la aplicación PhysicsToolbox Sensor Suite a modo de "Data Logger". Los datos exportados desde la aplicación fueron analizados usando la aplicación Logger Pro de Vernier (se pudo hacer uso también de varias aplicaciones disponibles para teléfonos, como Vernier graphicalanalysis, Sparkvue Pasco, etc.).

Los valores obtenidos por ambos métodos son comparables al valor de referencia⁶ y entre sí y a métodos usando otras herramientas disponibles en un laboratorio tradicional (Micrófono externo con aplicaciones de análisis de audio como Audacity, sensores de aceleración o de fuerza de la Vernier)

Módulo de Young.	Oscilación de la barra prensada-libre.	Oscilación de la masa.	Valor de refe- rencia. ⁷
$E (\times 10^{11} \text{ N / m}^2)$	1,58	1,68	1,95

Bibliografía

Franco: web Física con ordenador de A. Franco. En línea: http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/din_rotacion/viga/viga.htm
French: French, A. P., "Vibraciones y ondas", E. Reverté, España, 1974.

6 Anexo 10, Fundamentos de Acústica, Kinsler.

Kinsler: Kinsler, Frey, Coppens, Sanders, "Fundamentos de acústica", Ed. Limusa 1995

Leybold: "Catálogo General de Experimentos de Física", en línea: http://www.liddidactic.de/pdf/ld_versuche2011_es.pdf

Salvador Gil: Experimentos de Física usando las TIC y elementos de bajo costo, Ed. Alfaméga, 2014.

Solución al problema de medir aceleraciones usando un teléfono inteligente: enfrentando a la relatividad general. Martín Monteiro, Cecilia Cabeza, Arturo C. Martí. Asociación de Profesores de Física del Uruguay, Educación en Física Vol. 8, Nº 6, setiembre 2016, 15-24.

Anexo 1

Flexión de una barra prensada en un extremo.

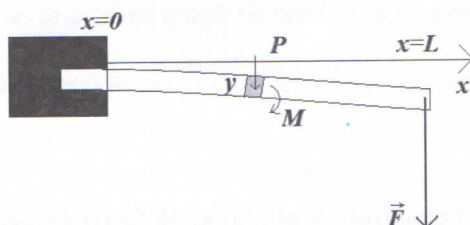


Figura 1. Esquema para el cálculo de la flexión de una barra prensada y sometida a una fuerza vertical en su extremo.

Consideremos una barra delgada de longitud \$L\$ en posición horizontal, prensada en un extremo y sometida a una fuerza vertical \$F\$ en el extremo libre.

Supondremos que:

- La deformación debida a su propio peso es despreciable.

- Las deformaciones son pequeñas. $\left| \frac{d^2 y}{dx^2} \right| \ll 1$

Consideremos un elemento pequeño de la barra en equilibrio ubicado en la posición \$x\$.

El momento flector sobre el mismo está dado por:⁷

$$M = -\frac{ES\kappa^2}{R} \quad (1)$$

Donde:

$$\frac{1}{R} \approx \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (2)$$

⁷ Kinsler.

Es el inverso del radio de curvatura R de dicho elemento de la barra, S es el área de la sección transversal, E es el módulo de Young del material y K es el radio de giro definido a partir de:

$$\kappa^2 = \frac{\int_S r^2 ds}{S} \quad (3)$$

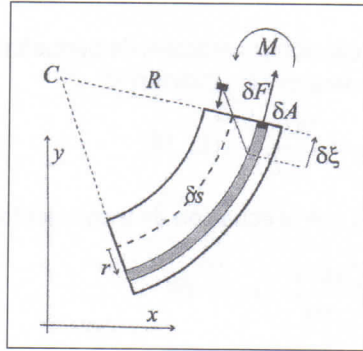


Figura 2. Esquema para el cálculo del momento de flexión en el interior de una barra.

El momento de flexión de F respecto al punto P (ver fig. 1) es:

$$M = -F(L - x) \quad (3)$$

Luego igualando los momentos y usando las ecuaciones 1 y 2 tenemos:

$$ES\kappa^2 \frac{d^2 y}{dx^2} = F(L - x) \quad (4)$$

Luego la curvatura del elemento de la barra está dada por:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{F}{ES\kappa^2}(L - x) \quad (5)$$

Las condiciones de frontera son:

Extremo fijo en $x=0$: $y(0)=0$

Barra prensada en $x=0$, luego la pendiente es nula: $\frac{dy}{dx}(0) = 0$

Integrando 2 dos veces respecto de x obtenemos:

$$y(x) = \frac{F}{2ES\kappa^2} \left(Lx^2 - \frac{x^3}{3} \right) \quad (6)$$

La flexión máxima se produce para $x = L$:

$$y(L) = \frac{FL^3}{3ES\kappa^2} \quad (7)$$

A partir de la ecuación 7 podemos concluir que la flexión del extremo libre es directamente proporcional a la fuerza aplicada (igualmente el esfuerzo interno cortante en $x = L$ es directamente proporcional a la deformación vertical).

Una consecuencia importante del resultado anterior es que una masa sujeta al extremo libre de una barra prensada se mueve con un movimiento armónico simple (M.A.S).

Ecuación de movimiento de una masa oscilando en el extremo de una barra empotrada

Consideremos una masa puntual m en el extremo libre de una barra prensada delgada de largo L . (ver figura 1)

La ecuación de movimiento para las oscilaciones verticales de pequeña amplitud es aplicando la segunda Ley de Newton a la masa m y la ecuación 7:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} \Big|_{x=L} = -\frac{3ES\kappa^2}{L^3} y(L) \quad (8)$$

Luego reordenando términos tenemos que la ecuación de movimiento es:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \left(\frac{3ES\kappa^2}{mL^3} \right) y = 0 \quad (9)$$

La ecuación anterior corresponde a un M.A.S de frecuencia f :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3ES}{mL^3} \kappa^2} \quad (10)$$

El radio de giro al cuadrado κ^2 es de acuerdo a la ecuación 3 para una barra de sección circular de diámetro D :

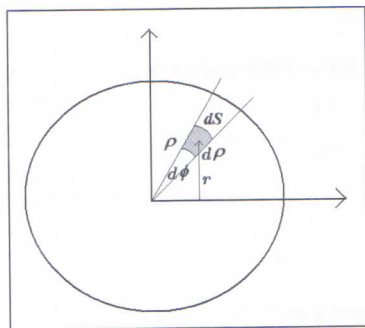


Figura 3. Esquema para el cálculo del radio de giro de una barra de sección circular.

$$\kappa^2 = \frac{\int r^2 ds}{S} = \frac{\iint \rho^2 \sin^2(\varphi) \rho d\rho d\varphi}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{4 \int_0^{D/2} \rho^3 d\rho \int_0^{2\pi} \sin^2(\varphi) d\varphi}{\pi D^2} = \frac{D^2}{16} \quad (11)$$

Finalmente a partir de la ecuación 10 y 11 obtenemos el valor para la frecuencia de oscilación:

$$f = \frac{0,0611 \times D^2}{L^{3/2}} \sqrt{\frac{E}{m}} \quad (12)$$

Frecuencia de oscilación de una barra prensada de sección circular de diámetro D y largo L con una masa puntual m en su extremo.

EDUCACIÓN en FÍSICA

Revista de la Asociación de Profesores de Física del Uruguay
Número 38

Setiembre, 2019

CONTENIDO

EDITORIAL	02
Almacenamiento de sonido: el disco de vinilo vs. el formato digital <i>Ismael Núñez</i>	03
Un experimento sobre la polarización de la luz y la ley de Malus usando teléfonos inteligentes <i>Martín Monteiro, Cecilia Stari, Cecilia Cabeza, Arturo C. Martí</i>	17
Volviendo a las raíces: cómo crear fotos estroboscópicas a partir de vídeos digitales <i>Daniel Baccino, Álvaro Suárez, Arturo C. Martí</i>	23
Utilizando el acelerómetro del teléfono inteligente como "laboratorio en casa" <i>Elena Stawski</i>	31
Medida del módulo de Young de una barra cilíndrica <i>Francisco Echegorri</i>	38